

文章编号:1007-5321(2010)06-0093-05

认知无线电中 Nakagami 信道下等增益 合作检测性能分析

张 雯¹, 杨家玮¹, 闫 琦¹, 赵伟光²

(1. 西安电子科技大学 综合业务网理论与关键技术国家重点实验室, 西安 710071; 2. 空军工程大学 理学院, 西安 710051)

摘要: 在 Nakagami 衰落信道下, 分析了认知无线网络中等增益合作检测的性能. 将检测概率表示式中的多重积分转化为一重积分, 并利用广义马库姆 Q 函数的等价表达式, 得到了检测概率的级数表达式, 并给出一组实际应用中的参数设置, 仿真结果验证了理论分析结果的正确性. 推导得到的检测性能表达式可以为设计认知无线网络提供参数选择.

关 键 词: 认知无线电; 能量检测; 合作检测; 等增益合并

中图分类号: TN911.23

文献标志码: A

Analysis on Performance of Equal Gain Combination for Cooperative Spectrum Sensing over Nakagami Channels in Cognitive Radio

ZHANG Wen¹, YANG Jia-wei¹, YAN Qi¹, ZHAO Wei-guang²

(1. State Key Laboratory of Integrated Service Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China;

2. School of Science, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: The performances of cooperative spectrum sensing with equal gain combination over Nakagami channels are analyzed in cognitive radio networks. The series form of detection probability is derived by transforming the multiple integral to a single integral and using the equivalent representation of generalized Marcum Q-function. Simulation shows that the correctness of the theoretical analysis results are validated, and a group of practical parameter settings is given. Parameter selection for designing cognitive radio networks can be provided by expressions of detection performance.

Key words: cognitive radio; energy detection; cooperative sensing; equal gain combination

近 10 年来,随着无线设备的迅猛发展,对无线频谱的需求也越来越大,可用频谱短缺和已分配频谱利用率低^[1]的问题日益凸显. 为了解决该问题,文献[2]提出了认知无线电(CR, cognitive radio)技术. CR 技术能连续地进行频谱检测,当检测到信道空闲时让 CR 用户接入频谱进行通信,可大大提高频谱利用效率.

为了不对首要用户造成干扰,频谱检测成为 CR 中的一个关键问题^[2-3]. 由于能量检测器^[4]简单易实现,且不需要太多发送端信号的先验知识,所以被广泛应用于 CR 中. 为了提高检测性能,文献[2,5]提出多个 CR 用户的合作检测. 合作检测分为硬合并和软合并^[6]. 软合并的检测性能一般比硬合并好. 在软合并中,利用不需要任何先验信息的等增

收稿日期: 2010-01-05

基金项目: 国家重点实验室专项基金项目(ISO2080001); 国家自然科学基金项目(60902032, 60902033); 国家重点基础研究发展计划项目(2009CB320404)

作者简介: 张 雯(1983—),女,博士生, E-mail: zhangw83@gmail.com; 杨家玮(1946—),男,教授,博士生导师.

益合并可以获得接近最优软合并的检测性能,因此,采用等增益合并的合作检测更适用于实际的 CR 系统.

在无线通信中,一种普遍适用的衰落模型是 Nakagami- m 衰落,其中 m ($m \geq 0.5$) 为衰落参数,表明信道的衰落程度. m 越小,衰落越严重. 在 Nakagami- m 衰落信道下,合作检测算法性能计算的复杂性使得大多数研究人员只能采用仿真的方法^[6]得到算法的性能. 本文采用一种新的推导方法分析 Nakagami- m 衰落信道下多用户等增益合作检测的性能,并用蒙特卡洛仿真验证了理论推导结果.

1 系统建模

假设 CR 网络中有 L 个 CR 用户和 1 个 CR 基站,首要用户发送端和 CR 用户接收端之间的信道是独立同分布 Nakagami 衰落的. 每个 CR 用户采用能量检测器进行检测,然后将检测器的输出通过控制信道传给 CR 基站进行等增益合并,最后做出判决. 不失一般性,这里假设每个 CR 用户接收机中的噪声都是零均值、功率相同的加性高斯白噪声.

第 i ($1 \leq i \leq L$) 个 CR 用户的能量检测器模型如图 1 所示. 其中, T 为观察时间, N_0 表示噪声的单边功率谱密度. 该乘法器的作用主要是为了便于下文的分析.

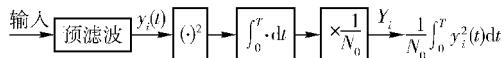


图1 能量检测器模型

每个 CR 用户将能量检测器输出 Y_i 通过控制信道传给 CR 基站,这里假设控制信道是理想的,即 CR 基站得到的每个 CR 用户能量检测器的输出值是准确的. CR 基站将这些信息进行等增益合并,然后与一个适当的判决门限 λ 做比较,判为 H_0 (信道空闲) 或 H_1 (信道被首要用户占用),即

$$Y = \sum_{i=1}^L Y_i \begin{cases} \geq \lambda, & H_1 \\ < \lambda, & H_0 \end{cases} \quad (1)$$

2 Nakagami- m 衰落信道下等增益合并的检测性能

为分析 L 个 CR 用户等增益合作检测的性能,需要单个 CR 用户能量检测器输出的分布信息,下面首先分析单用户检测.

2.1 单个 CR 用户检测

在 AWGN 信道下,能量检测器输出 Y_i 在 2 种假

设下的分布^[7]为

$$Y_i \sim \begin{cases} \chi_{2u}^2, & H_0 \\ \chi_{2u}^2(2\gamma_i), & H_1 \end{cases} \quad (2)$$

其中, χ_{2u}^2 和 $\chi_{2u}^2(2\gamma_i)$ 分别为自由度为 $2u$ 的中心 χ^2 分布和自由度为 $2u$ 且非中心参量为 $2\gamma_i$ 的非中心 χ^2 分布. 设考察信道带宽为 W , 则时间带宽积为 $u = TW$. 接收信噪比 $\gamma_i = E_s/N_0$ 为接收信号能量与噪声单边功率谱密度之比. 虚警概率 P_f 和检测概率 P_d 分别为

$$\begin{aligned} P_{f,i} &= \frac{\Gamma(u, \varepsilon/2)}{\Gamma(u)} \\ P_{d,i} &= Q_u(\sqrt{2\gamma_i}, \sqrt{\varepsilon}) \end{aligned} \quad (3)$$

其中, ε 为判决门限; $\Gamma(a, x)$ 为不完全 Gamma 函数; $Q_u(a, b)$ 为广义马库姆 (Marcum's) Q 函数^[7].

若首要用户发送端和第 i 个 CR 用户接收端之间信道衰落的概率密度函数为 $g_i(\gamma_i)$, 则虚警概率仍为式(3)中的表达式, 平均检测概率可通过

$$\begin{aligned} \bar{P}_{d,i} &= \int_0^\infty P_{d,i} g_i(\gamma_i) d\gamma_i = \\ &= \int_0^\infty Q_u(\sqrt{2\gamma_i}, \sqrt{\varepsilon}) g_i(\gamma_i) d\gamma_i \end{aligned} \quad (4)$$

来计算^[7].

2.2 Nakagami- m 衰落信道下等增益合并的检测性能

由于 Y_i ($1 \leq i \leq L$) 是独立同分布的, 所以根据上文的分析可得等增益合并后的检测统计量 Y 的分布为

$$Y \sim \begin{cases} \chi_{2Lu}^2, & H_0 \\ \chi_{2Lu}^2\left(2 \sum_{i=1}^L \gamma_i\right), & H_1 \end{cases} \quad (5)$$

根据式(2)~式(4), 类似可得到 L 个 CR 用户等增益合并后的虚警概率和平均检测概率为

$$P_f = \frac{\Gamma(Lu, \lambda/2)}{\Gamma(Lu)} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \bar{P}_d &= \int_0^\infty \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty Q_{Lu} \left(\sqrt{2 \sum_{i=1}^L \gamma_i}, \sqrt{\lambda} \right) \times \\ &\quad \prod_{i=1}^L g(\gamma_i) d\gamma_1 d\gamma_2 \cdots d\gamma_L \end{aligned} \quad (7)$$

从式(7)可以看出, 为了得到 Nakagami 衰落信道下采用等增益合并检测器的平均检测概率需要进行复杂的多重积分, 积分函数是 $\sum_{i=1}^L \gamma_i$ 的函数. 利用该特点, 可以将其转化为一重积分来求解. 定义 $\gamma =$

$\sum_{i=1}^L \gamma_i$, 则

$$\bar{P}_d = \int_0^\infty Q_{Lu}(\sqrt{2\gamma}, \sqrt{\lambda}) p_L(\gamma) d\gamma \quad (8)$$

其中 $p_L(\gamma)$ 为 γ 的概率密度函数. 求解 \bar{P}_d , 必须先求出 γ 的概率密度函数.

定理 1 γ 的概率密度函数为

$$p_L(\gamma) = \frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^{Lm} \gamma^{Lm-1} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}\right), \gamma \geq 0 \quad (9)$$

证明 由于信道服从独立同分布的 Nakagami- m ($m \geq 0.5$) 衰落, 所以第 i 个 CR 用户的接收信噪比 γ_i 服从 Gamma 分布, 其概率密度函数为

$$g(\gamma_i) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^m \gamma_i^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma_i}{\bar{\gamma}}\right), \quad 1 \leq i \leq L, \gamma_i \geq 0 \quad (10)$$

其中 $\bar{\gamma}$ 为平均接收信噪比. 下面采用数学归纳法证明.

1) $L=1$ 时, 显然式(9)成立.

2) 假设 $L=n$ 时式(9)成立, 即

$$p_n(\gamma) = p_n \left(\sum_{i=1}^n \gamma_i \right) = \frac{1}{\Gamma(nm)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^{nm} \gamma^{nm-1} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}\right) \quad (11)$$

则当 $L=n+1$ 时, 有

$$\begin{aligned} p_{n+1}(\gamma) &= p_{n+1} \left(\sum_{i=1}^n \gamma_i + \gamma_{n+1} \right) = p_n(\gamma) * g(\gamma) = \\ &= \int_0^\gamma p_n(x) g(\gamma-x) dx = \\ &= \frac{1}{\Gamma(nm)\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^{(n+1)m} e^{-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}} \int_0^\gamma x^{nm-1} (\gamma-x)^{m-1} dx \end{aligned} \quad (12)$$

其中第 2 个等号后的“*”表示卷积. 由文献[8], 可得式(12)中的积分结果为

$$\int_0^\gamma x^{nm-1} (\gamma-x)^{m-1} dx = \gamma^{(n+1)m-1} \frac{\Gamma(nm)\Gamma(m)}{\Gamma((n+1)m)} \quad (13)$$

将式(13)带入式(12)可得

$$p_{n+1}(\gamma) = \frac{1}{\Gamma((n+1)m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^{(n+1)m} \gamma^{(n+1)m-1} e^{-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}} \quad (14)$$

可见 $L=n+1$ 时式(9)也成立, 得证.

在式(8)中, 利用广义马库姆 Q 函数的等价表

达式^[9]可得

$$Q_{Lu}(\sqrt{2\gamma}, \sqrt{\lambda}) = 1 - \exp\left(-\frac{2\gamma+\lambda}{2}\right) \sum_{n=Lu}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{2\gamma}\right)^{\frac{n}{2}} I_n(\sqrt{2\lambda\gamma}) \quad (15)$$

其中 $I_n(x)$ 为第 1 类 n 阶修正贝塞尔函数, n 取整数. 将式(9)、式(15)带入式(8), 并定义 $\eta = m/\bar{\gamma} + 1$, 可得

$$\bar{P}_d = 1 - \frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^{Lm} e^{-\frac{\lambda}{2}} \times$$

$$\sum_{n=Lu}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{\frac{n}{2}} \int_0^\infty \gamma^{Lm-\frac{n}{2}-1} e^{-\eta\gamma} I_n(\sqrt{2\lambda\gamma}) d\gamma \quad (16)$$

又由文献[8]可得式(16)中的积分为

$$\begin{aligned} &\int_0^\infty \gamma^{Lm-\frac{n}{2}-1} \exp(-\eta\gamma) I_n(\sqrt{2\lambda\gamma}) d\gamma = \\ &= \frac{\Gamma(Lm)}{\Gamma(n+1)} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{\lambda}{4\eta}} \eta^{\frac{n}{2}+\frac{1}{2}-Lm} M_{\frac{n}{2}+\frac{1}{2}-Lm, \frac{n}{2}} \left(\frac{\lambda}{2\eta}\right) \end{aligned} \quad (17)$$

其中, $M_{a,b}(x)$ 为惠特克 (Whittaker) 函数, 且有

$$\begin{aligned} &M_{\frac{n}{2}+\frac{1}{2}-Lm, \frac{n}{2}} \left(\frac{\lambda}{2\eta}\right) = \\ &= \left(\frac{\lambda}{2\eta}\right)^{\frac{n+1}{2}} e^{-\frac{\lambda}{4\eta}} {}_1F_1\left(Lm, n+1, \frac{\lambda}{2\eta}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

其中 ${}_1F_1(a, b, c)$ 为合流超几何函数. 将式(17)和式(18)带入式(16)可得 Nakagami- m 衰落下等增益合并检测概率的级数表达式为

$$\begin{aligned} \bar{P}_d &= 1 - e^{-\frac{\lambda}{2}} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}\eta}\right)^{Lm} \times \\ &\times \sum_{n=Lu}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(n+1)} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^n {}_1F_1\left(Lm, n+1, \frac{\lambda}{2\eta}\right) \end{aligned} \quad (19)$$

可以看出, 平均检测概率、平均接收信噪比 $\bar{\gamma}$ 、合作检测的用户数 L 、Nakagami 衰落参数 m 、时间带宽积 u 与门限 λ 有关. 当计算 \bar{P}_d 时, 可以查不完全 Gamma 函数与合流超几何函数的数值表.

3 性能仿真

图 2 分别给出了本文推导得到的 receiver operating characteristic (ROC) 曲线 (TA) 与蒙特卡洛仿真得到的 ROC 曲线 (MC). 参数设置为 $u=5$, $m=1.5$, L 和平均信噪比 $\bar{\gamma}$ 的取值分别为标注中括号中的 2 个值. 蒙特卡洛仿真的次数为 10^5 . 从图 2 可以看出, 理论分析结果与蒙特卡洛仿真结果相吻合, 说明本文推导的结果正确无误.

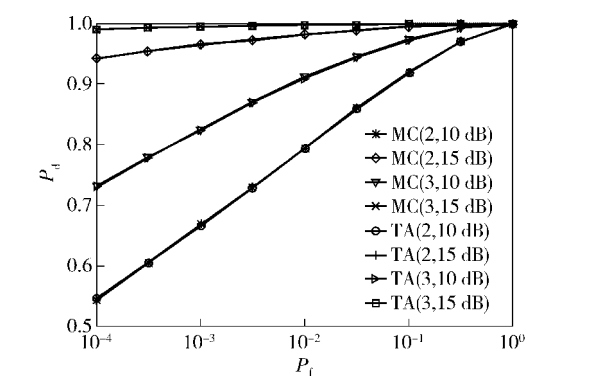


图2 本文理论分析结果与蒙特卡洛仿真结果

在实际应用中,经常需要根据系统所要求的性能(P_d 和 P_f)、信道状况(Nakagami 信道参数 m 和平均信噪比 $\bar{\gamma}$)以及时间带宽积等信息,选择参与合作的CR用户数,并确定检测器门限.这部分工作可以在线下进行.下面给出利用式(6)和式(19)计算合作的CR用户数和检测器门限的5个步骤.

- 1) 将 P_f 、 m 、 $\bar{\gamma}$ 和 u 的值代入式(6),并令 $L=1$;
- 2) 查不完全 Gamma 函数数值表得到门限 λ ;
- 3) 将 m 、 $\bar{\gamma}$ 、 u 及门限 λ 的值代入式(19),并利用合流超几何函数数值表计算得到 P'_d ;
- 4) 比较 P'_d 与 P_d ,若 $P'_d \geq P_d$,转步骤(5),否则, $L=L+1$,返回步骤2);
- 5) 搜索停止,输出 L 和 λ .

在步骤3)中,需要利用式(19)来计算 P'_d 的值,其中含有 $n=Lu \sim \infty$ 的求和运算,本文假设 P'_d 的误差要求为 10^{-4} .通过仿真可知,要达到该误差要求,求和项数并非无穷大,对于表1中的参数值,一般为20项左右便足够了.

表 1 1 组实际系统的参数设置						
系统的性能要求		实际的信道状况		时间带	检测器	所需用
P_d	P_f	m	$\bar{\gamma}/\text{dB}$	宽积 u	门限 λ	户数 L
0.80	0.20	2	3	5	69.0	6
0.80	0.20	2	5	5	36.3	3
0.80	0.20	2	10	5	13.4	1
0.90	0.10	1	5	5	95.6	8
0.90	0.10	2	5	5	85.5	7
0.90	0.10	6	5	5	74.4	5
0.99	0.01	2	5	1	37.6	10
0.99	0.01	2	5	3	124.1	15
0.99	0.01	2	5	5	249.4	20

表 1 所示为根据上述方法得出的 1 组实际的参

数设置,并得出以下结论:

- 1) 当其余条件都相同时,性能要求高,则需要合作的用户数就越多;
- 2) 当其余条件都相同时,衰落参数 m 越大,表明信道状况越好,需要合作的用户数就减少;
- 3) 当其余条件都相同时,平均信噪比 $\bar{\gamma}$ 越大,需要合作的用户数就减少;
- 4) 当其余条件都相同时,时间带宽积 u 越大,需要合作的用户数就越多.这是因为

$$\bar{\gamma} = E[E_s]/N_0 = E[P]T/N_0 =$$
$$E[P]T2W/(N_02W) = NE[P]/P_n = N\bar{R} \quad (20)$$

其中, $E[\cdot]$ 表示数学期望; P 为信号的平均功率; P_n 为噪声功率; N 为能量检测器的采样点数; \bar{R} 表示平均信号功率与噪声功率之比.因为 $u = TW = N/2$,所以对于相同的 $\bar{\gamma}$,较大的 u 对应较小 \bar{R} ,即对于较差的信道状况,需要的用户数较多.

图3所示为本文的推导结果与Digham推导结果^[7]的比较.由于Digham只推导了Nakagami- m 信道下单用户检测的性能,且要求 m 只能取整数.为了将本文结果与Digham的结果在相同条件下进行比较,令 $L=1$, $u=5$,平均信噪比 $\bar{\gamma}=15$ dB, m 取1~4.标注中写着“Digham”的是Digham的ROC曲线图,其余4个是本文推导得到的ROC曲线图.可以看出,本文用新的推导方法得到的ROC曲线与Digham的完全重合,Digham推导结果是本文推导结果的特例.

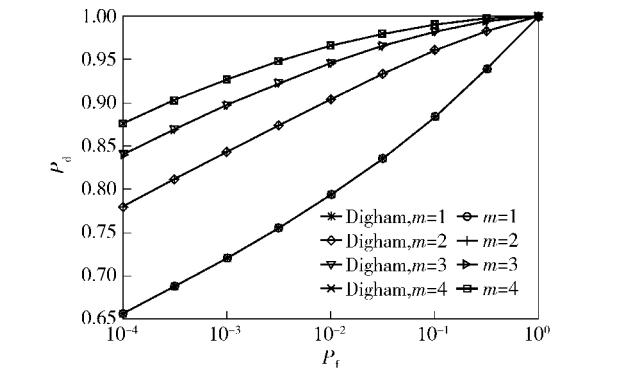


图3 本文分析结果与Digham分析结果的比较

4 结束语

本文分析了CR中Nakagami- m 衰落信道下的等增益合作检测的性能,给出了检测性能的级数表达式,该表达式适用于 m 为不小于0.5的正数时的所有情形.在CR系统中,这些结果可以用于计算实

际 CR 网络中所需要的 CR 用户数及能量检测器的门限等。

参考文献:

- [1] FCC. Spectrum policy task force report [DB/OL]. (2002-06-06) [2008-10-19]. http://hraunfoss.fcc.gov/edocs_public/attachmatch/DOC-228542A1.
 - [2] Cabric D, Mishra S M, Brodersen R W. Implementation issues in spectrum sensing for cognitive radios[C]//Proceedings Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers 2004. Pacific Grove, CA: IEEE Press, 2004: 772-776.
 - [3] 张宇, 冯春燕, 郭彩丽. 基于可变间隔的认知无线频谱检测机制[J]. 北京邮电大学学报, 2008, 31(2): 128-131.
- Zhang Yu, Feng Chunyan, Guo Caili. A flexible sensing period mechanism of spectrum sensing in cognitive radio networks[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2008, 31(2): 128-131.

- [4] Urkowitz H. Energy detection of unknown deterministic signals[C]//Proceedings of the IEEE. [S. l.]: IEEE Press, 1967: 523-531.
- [5] Mishra S M, Sahai A, Brodersen R W. Cooperative sensing among cognitive radios[C]//ICC 2006. Istanbul, Turkey: IEEE Press, 2006:1658-1663.
- [6] Ma Jun, Li Ye. Soft combination and detection for cooperative spectrum sensing in cognitive radio networks[J]. IEEE Trans on Wireless Communications, 2008, 7(11): 4502-4507.
- [7] Digham F F, Alouni M S, SIMON M K. On the energy detection of unknown signals over fading channels[J]. IEEE Trans on Commun, 2007, 55(1): 21-24.
- [8] Gradshteyn I S, Ryzhik I M. Table of integrals, series, and products, 7th edition [M]. Oxford, UK: Elsevier Academic Press, 2007: 1-1171.
- [9] Simon M K, Alouini M S. Digital communication over fading channels, 2nd edition[M]. New York: John Wiley & Sons, 2000: 1-900.

(上接第 83 页)

离的增大而减小,随折射率差的增大而减小。因此,不同的结构参数可以具有相同的耦合系数,可根据实际应用的需要设计不同参数的双芯光纤。运用改进的对称双芯光纤的制作方法,可改善双芯光纤的横截面形状,基本保持了设计时的形状,并且增强了纵向稳定性。实验结果验证了此种结构的对称双芯光纤与普通单模光纤有较好的匹配,有效地降低了插入损耗,具有一定的实际应用潜力。

参考文献:

- [1] Arkwright J W, Gillhoff B, Hewlett S J, et al. Optical-to-electrical wavelength demultiplexing detector: design, fabrication and analysis [J]. J Lightwave Technol, 1996, 14(4): 534-541.
- [2] Ortega B, Dong L. Characteristics of mismatched twin-core fiber spectral filters [J]. IEEE Photon Technol Lett, 1998, 10(7): 991-993.

- [3] Yuan Libo, Yang Jun, Liu Zhihai. A compact fiber-optic flow velocity sensor based on a twin-core fiber Michelson interferometer [J]. IEEE J Sensors, 2008, 8(7): 1114-1117.
- [4] Kaňka J, Peterka P, Honzútka P, et al. Er-doped twin-core fiber coupler as a saturable-absorber-based narrow-band filter for fiber lasers [J]. Czech J Phys, 1999, 49(5): 889-894.
- [5] Vallée R, Drolet D. Practical coupling device based on a two-core optical fiber [J]. Appl Opt, 1994, 33(24): 5602-5610.
- [6] Sun Xiwen. Wavelength-selective coupling of dual-core photonic crystal fiber with a hybrid light-guiding mechanism [J]. Opt Lett, 2007, 32(17): 2484-2486.
- [7] Peterka P, Kasik I, Kanka J, et al. Twin-core fiber design and preparation for easy splicing [J]. IEEE Photon Technol Lett, 2000, 12(12): 1656-1658.
- [8] Agrawal G P. Applications of nonlinear fiber optics [M]. New York: Academic Press, 2001: 62-70.