

文章编号:1007-5321(2010)01-0089-04

利用 LDPC 码度分布的 QAM 方案

许成鑫, 常永宇, 杨鸿文, 张 欣

(北京邮电大学 信息与通信工程学院, 北京 100876)

摘要: 为改善通信质量, 提高频谱效率, 对非规则低密度奇偶校验 (LDPC) 码与高阶调制技术相结合进行研究, 提出了一种简单而有效的结合方案. 该方案充分考虑了非规则 LDPC 码的度分布影响和高阶调制技术的不均等错误保护 (UEP) 特性. 在调制映射过程中, 对不同度数的变量节点进行不同级别的保护. 利用高斯近似 (GA) 算法证明, 该方案能提升系统性能. 仿真结果表明, 本方案降低了系统出错率.

关键词: 非规则低密度奇偶校验码; 高阶调制; 度分布; 不均等错误保护; 高斯近似

中图分类号: TN911.22

文献标志码: A

QAM Scheme Using Degree Distribution of LDPC Codes

XU Cheng-xin, CHANG Yong-yu, YANG Hong-wen, ZHANG Xin

(School of Information and Communication Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract: In order to improve communication quality and promote spectral efficiency, a combination of irregular low-density parity-check (LDPC) codes and high order modulation technique is analyzed. A simple and efficient combination scheme is proposed, in which, the effect of degree distribution of irregular LDPC codes and the unequal error protection (UEP) property of high order modulation technique are considered. Different degree variable nodes have different protection levels during modulation mapping. It is proved that the system performance is promoted when using Gaussian approximation (GA) algorithm. Simulation shows that new scheme can reduce the system error rate.

Key words: irregular low-density parity-check codes; high order modulation; degree distribution; unequal error protection; Gaussian approximation

0 引言

低密度奇偶校验 (LDPC) 码是一种性能优越的纠错码. 将 LDPC 码与高阶调制技术结合可在传输速率和通信质量之间获得很好的折中^[1-2].

文献[3-4]已经研究了基于度分布的 LDPC 码与高阶调制的结合方案, 证明这样的结合能提高系统性能. 但是该方案仅针对度数高的变量节点和度数低的变量节点进行分析, 忽略了度数在中间的变量节点的重要性的和信噪比 (SNR) 变化对方案性能的影响. 本文考虑到这些因素, 提出了一种新的结合

方案, 该方案获得的系统性能优于文献[3-4]方案.

1 非规则 LDPC 码

定义非规则 LDPC 码的度分布对为 (λ, ρ) ,

$\lambda(x) = \sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i x^{i-1}$ 代表变量节点的度分布, $\rho(x) =$

$\sum_{i=2}^{d_c} \rho_i x^{i-1}$ 代表校验节点的度分布. $\lambda_i(\rho_i)$ 代表从度为 i 的变量节点 (校验节点) 发出的边占总边数的比例, $d_v(d_c)$ 代表变量节点 (校验节点) 度的最大值. 在非规则 LDPC 码中, 具有不同度的变量节点的抗

噪声能力是不同的,度数低的变量节点译码后的错误率要高于度数高的节点,这就是非规则 LDPC 码自身的不均等错误保护 (UEP) 特性^[5].

利用该特性能使非规则 LDPC 码与其他技术更好地结合,如与混合自动重传请求 (HARQ) 技术相结合^[6]等. 本文利用这一特性,来改善采用 LDPC 码正交幅度调制 (LDPC-QAM) 的性能.

高斯近似 (GA) 算法^[7]是研究 LDPC 码性能的重要理论工具. 应用 GA 算法分析 LDPC 码的性能需要满足 3 个前提条件:第一,码长要无限长;第二,译码迭代次数趋于无穷;第三,码字对应的二分图中圈长要足够长^[7].

假设发送全零码字,经二进制相移键控 (BPSK) 调制映射. 按照文献[7],从信道接收到的对数似然信息 (LLR) u_0 服从高斯分布,均值为 $m_{u_0} = 2/\sigma_n^2$,方差为 $4/\sigma_n^2$,其中 σ_n^2 为噪声方差. 第 l 次迭代后,变量节点向校验节点发出的似然信息值 $m_u^{(l)}$ 为^[7]

$$m_u^{(l)} = \sum_{j=2}^{d_c} \rho_j \phi^{-1} \{1 - [1 - F(m_u^{(l-1)})]^{j-1}\} \quad (1)$$

$$F(m_u^{(l-1)}) = \sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i \phi[m_{u_0} + (i-1)m_u^{(l-1)}] \quad (2)$$

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{\sqrt{4\pi x}} \int \tanh \frac{u}{2} e^{-\frac{(u-x)^2}{4x}} du & x > 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中 $\phi(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 连续单调减小, $\phi(0) = 1, \phi(\infty) = 0$.

定义 σ 为噪声门限值,当 $\sigma_n^2 > \sigma^2$ 时,迭代一定次数后, $m_u^{(l)}$ 将趋于一个稳定值;当 $\sigma_n^2 < \sigma^2$ 时,迭代一定次数后, $m_u^{(l)}$ 将趋于无穷. $m_u^{(l)}$ 能反映错误率的大小^[7], $m_u^{(l)}$ 越大,系统性能越好,所以先用 GA 来分析优化 $m_u^{(l)}$,再通过仿真验证方案的性能.

2 基于 LDPC 码的高阶调制方案

2.1 系统模型

系统原理如图 1 所示.

考虑加性高斯白噪声 (AWGN) 信道,接收值为

$$y = x + n \quad (4)$$

式中, x 是发送的经过 LDPC 编码和 64 正交幅度调制 (64-QAM) 后的符号; n 代表均值为 0、方差为 σ_n^2 的复高斯白噪声. 同相支路 (I 路) 和正交支路 (Q 路) 的噪声方差分别为 σ_1^2 和 σ_0^2 ,且 $\sigma_1^2 = \sigma_0^2 = \sigma_n^2/2$.

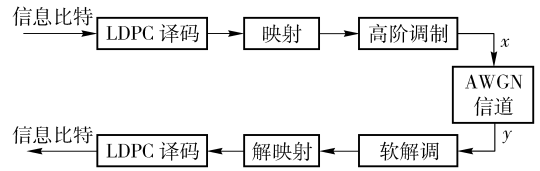


图 1 系统原理

考虑常规的矩形星座 64-QAM^[8]. 每个星座点代表 6 个比特 ($b_1^I, b_1^Q, b_2^I, b_2^Q, b_3^I, b_3^Q$), 其中 $b_i^I, b_i^Q \in \{\pm 1\}, i \in \{1, 2, 3\}$ 分别代表在 I 路和 Q 路传送的比特. 由于 I 路和 Q 路的性质相同,所以只需考虑 I 路. 文献[8]指出 b_1^I, b_2^I 和 b_3^I 个位置的比特抗噪声性能不同; b_1^I 位的抗噪声能力最强,可靠性最高; b_2^I 位的可靠性在三者的中间; b_3^I 位的可靠性最低. b_i^I 位的 LLR 值简化计算公式为^[8]

$$L(b_1^I) = -4Ki \quad (5)$$

$$L(b_2^I) = -4K(4 - |i|) \quad (6)$$

$$L(b_3^I) = -4K(2 - |4 - |i||) \quad (7)$$

式中, $i \in \{\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7\}$ 表示 I 路星座点坐标值; $K = 1/\sigma_1^2$. 由于每个比特的可靠性取决于 LLR 值的大小,并且 GA 算法分析所需的也只是绝对值的统计平均,因此对 b_i^I 的 LLR 值取绝对值,然后计算平均值得到 $m_{b_1} = 16/\sigma_1^2, m_{b_2} = 8/\sigma_1^2, m_{b_3} = 4/\sigma_1^2$.

假设长度为 N (N 能被 6 整除) 的 LDPC 码字 \mathbf{c} 将被映射到 $N/6$ 个 64-QAM 符号上. 将这些符号的比特位置排列为 $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$, 其中向量 \mathbf{b}_i 包含了所有的 b_i^I 和 b_i^Q 比特, \mathbf{b}_i 内的位置次序无关紧要. \mathbf{c} 中变量节点重新排列后逐比特映射到 \mathbf{b} . 本文从变量节点的度分布出发,寻求性能最佳的排列方式.

2.2 方案描述

将 \mathbf{c} 中的变量节点按照度数的高、中和低划分成 3 个集合,分别表示为 $\mathbf{c}_H, \mathbf{c}_M$ 和 \mathbf{c}_L , 其比特次序任意. 此时,按度数进行的排列方案共 6 种,分别是

$$\pi_1: \mathbf{c} = (\mathbf{c}_M, \mathbf{c}_H, \mathbf{c}_L) \quad \pi_2: \mathbf{c} = (\mathbf{c}_H, \mathbf{c}_M, \mathbf{c}_L)$$

$$\pi_3: \mathbf{c} = (\mathbf{c}_M, \mathbf{c}_L, \mathbf{c}_H) \quad \pi_4: \mathbf{c} = (\mathbf{c}_H, \mathbf{c}_L, \mathbf{c}_M)$$

$$\pi_5: \mathbf{c} = (\mathbf{c}_L, \mathbf{c}_M, \mathbf{c}_H) \quad \pi_6: \mathbf{c} = (\mathbf{c}_L, \mathbf{c}_H, \mathbf{c}_M)$$

文献[3-4]指出:采用方案 2 的排列方式进行映射,可获得比随机映射更好的系统性能. 但是在分析比较过程中,上述文献忽略了 \mathbf{c}_M 中变量节点的特殊性及 SNR 变化对方案性能的影响. 本文将从更一般化角度出发,寻求其中的最优方案.

2.3 性能分析

本文主要比较上述 6 种排列方案中的前 3 种,

通过对这 3 种方案的性能进行比较,便可找到上述 6 种方案中的最优方案. 在 SNR 不高的情况下,通过方案 1 和方案 2 的比较能发现,同等条件下,加强对 c_m 的保护获得的系统性能要优于对 c_h 进行重点保护获得的性能. 利用这个结论可得,方案 1 的性能优于方案 2;方案 3 的性能优于方案 4;方案 5 的性能优于方案 6. 通过对方案 1 和方案 3 的比较能发现:同等条件下,加强对 c_h 的保护获得的系统性能要优于对 c_l 进行重点保护获得的性能. 利用这个结论可得,方案 1 的性能优于方案 3;方案 2 的性能优于方案 5. 可以发现,在 SNR 不高的情况下,方案 1 的性能最优. 当 SNR 非常高时,通过方案 1 和方案 3 的比较能发现,度数低的变量节点应当受到更好的保护. 比较的方式是利用 GA 算法,通过数值仿真的方式,比较每种方案获得的 $m_u^{(l)}$ 值.

数值仿真中采用的码字度分布为^[9]

$$\lambda(x)=0.2895x+0.3158x^2+0.3947x^5 \quad (8)$$

$$\rho(x)=0.6316x^5+0.3684x^6 \quad (9)$$

译码最大迭代数为 1 000 次.

图 2 示出了方案 1 在不同噪声方差下, $m_u^{(l)}$ 的变化趋势. 从图中可以看出,随着噪声方差的减小、SNR 的增加,在相同的迭代数后得到的 $m_u^{(l)}$ 值不断增加. 当 SNR 达到门限值后,在仿真迭代数变化范围内, $m_u^{(l)}$ 将趋近无穷,此时可认为译码的错误率趋近于 0. 通过该方式,可计算出 LDPC 码的门限值.

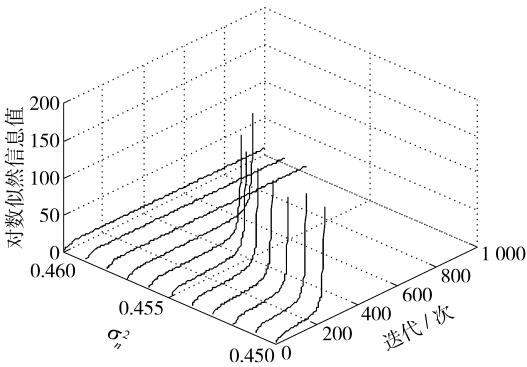


图 2 方案 1 在不同 SNR 下输出的 $m_u^{(l)}$ 值

图 3 比较了在不同噪声方差情况下,3 种方案输出的 $m_u^{(l)}$ 值. 从图 3(a)中可以看出,当 $\sigma_n^2=0.54$ 时,方案 1 输出的 $m_u^{(l)}$ 最大,其次为方案 2,方案 3 输出的 $m_u^{(l)}$ 最低. 所以,此种 SNR 情况下,方案 1 性能最好,其次为方案 2,方案 3 性能最差.

随着 SNR 的增加,3 种方案输出的 $m_u^{(l)}$ 值发生了变化. 图 3(b)示出了 $\sigma_n^2=0.48$ 时每种方案输出

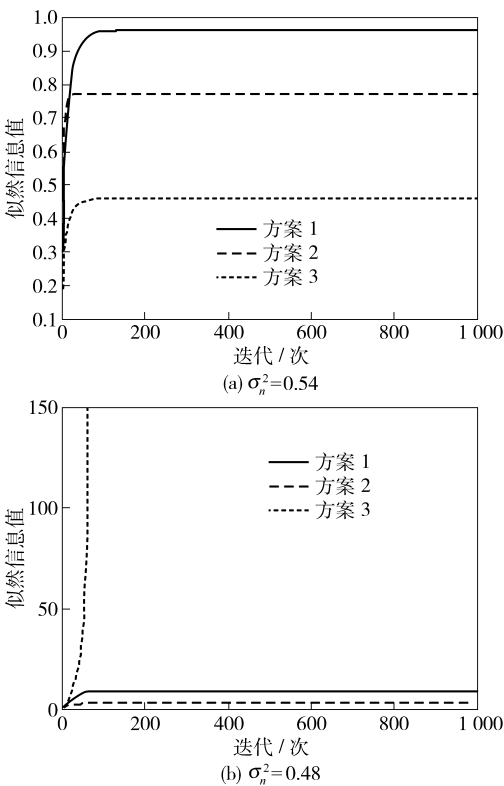


图 3 噪声方差变化时 3 种方案输出的 $m_u^{(l)}$ 值

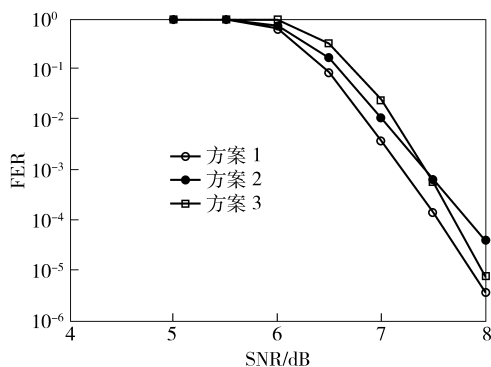
的 $m_u^{(l)}$ 值. 从图中可以看出,在最大迭代数范围内,方案 3 输出的 $m_u^{(l)}$ 值最大,并且趋向无穷,其次为方案 1,方案 2 输出的 $m_u^{(l)}$ 值最低. 这表明在此种情况下,方案 3 的性能最佳. 这个结论也可通过定性分析得出. 因为非规则 LDPC 码自身具有 LEP 特性,所以当 SNR 增大到一定程度后,度数高的节点几乎没有错误,多数错误节点出现在度数低的变量节点中. 此时如果对度数低的节点加强保护,则能降低错误率,从而提升整体性能. 另外从图 3(b)中可以看出,当 SNR 增加到某一值后,对度数高的节点进行保护获得的系统性能最差. 下面将给出具体的仿真结果并验证分析的结论.

3 仿真结果

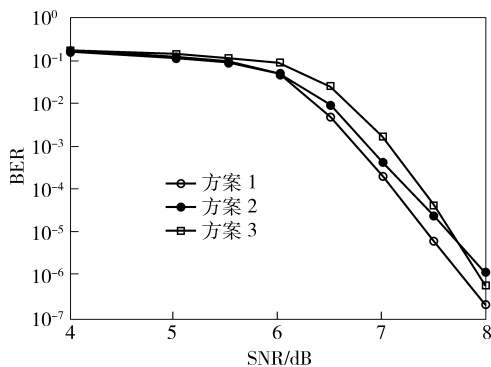
仿真中采用的 LDPC 码的码率为 1/2,校验矩阵大小为 (576, 1 152)^[9]. 仿真过程中,度为 6 的信息节点为度数高的信息节点,但是只有 240 点,不足 1/3,所以本文用度为 3 的节点进行补充. 以此类推,度为 3 的节点和少量度为 2 的节点组成的节点集合代表度数在中间的节点;其余度为 2 的节点是度数最低的节点. 译码采用和积译码算法,最大迭代数为 50 次. 当无法正确译码的帧数累积达到 100

帧时,仿真停止。

通过仿真得到了3种方案对应的误帧率(FER)和误比特率(BER)曲线。图4(a)为3种方案对应的FER曲线,图4(b)为BER曲线。由图4可以看出,在仿真的SNR变化区间内,方案1获得的系统性能最佳,明显优于方案2,随着SNR的增加,这种优势不断扩大。当FER为 10^{-4} 时,方案1与方案2相比能获得0.4 dB左右的性能增益。另外,当SNR大于7.5 dB后,方案3的性能逐渐超过方案2,并且与方案1的差距呈逐渐缩小趋势。通过仿真曲线的发展趋势可以判断,当SNR增加到一定值后,方案3的性能将超出其他方案。这与2.3节的分析相吻合。由于受到仿真条件的限制,本文没有对SNR更高的情况进行仿真验证。



(a) 3种方案的FER比较



(b) 3种方案的BER比较

图4 3种方案的性能比较

4 结束语

本文结合非规则LDPC码度分布特性和高阶调制技术的特点,提出了一种使2种技术能更好结合的方案。理论分析和仿真结果表明,本文方案使系统性能得到提升。但本文方案也存在一些不足,如

当SNR变化快、变化幅度大时,系统要不断变换排列映射方式,增加了其应用时的复杂度。此种条件下,系统最好固定使用一种较好的排列方案。

参考文献:

- [1] 李强, 李少谦. 级联LDPC码和CCK的编码调制性能分析[J]. 电子科技大学学报, 2003, 32(5): 578-582.
Li Qiang, Li Shaoqian. Performance analysis of coded modulation concatenated CCK and low-density parity-check code[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2003, 32(5): 578-582.
- [2] Valles E L. Constellation design for improved iterative LDPC decoding[C]// Aerospace Conference 2008. USA: IEEE Press, 2008: 1-7.
- [3] Li Yan, Ryan W E. Bit-reliability mapping in LDPC coded modulation systems[J]. IEEE Comm Lett, 2005, 9(1): 1-3.
- [4] Joo H G, Shin D J, Hong S N. Adaptive bit-reliability mapping for LDPC coded high-order modulation systems[C]// VTC 2007-Spring. Ireland: IEEE Press, 2007: 1539-1543.
- [5] Yang Xiumei, Yuan Dongfeng, Ma Piming, et al. New research on unequal error protection (UEP) property of irregular LDPC codes[C]// CCNC 2006. USA: IEEE Press, 2006: 361-363.
- [6] Xu Chengxin, Chang Yongyu, Yang Dacheng. Influence of degree distribution of irregular LDPC codes on HARQ performance[C]// VTC 2008-Spring. Singapore: IEEE Press, 2008: 759-762.
- [7] Chun S Y, Richardson T J, Urbanke R L. Analysis of sum-product decoding of low-density parity-check codes using a Gaussian approximation[J]. IEEE Trans on Inform Theory, 2001, 47(2): 657-670.
- [8] 顾昕钰, 王艺晨, 于笑博, 等. 基于64-QAM的星座图重排高级混合ARQ技术[J]. 电子与信息学报, 2005, 27(11): 1686-1690.
Gu Xinyu, Wang Yichen, Yu Xiaobo, et al. Advanced hybrid ARQ technique employing a signal constellation rearrangement based on 64-QAM[J]. Journal of Electr & Inform Tech, 2005, 27(11): 1686-1690.
- [9] IEEE Computer Society. 802.16eTM—2005, part 16: air interface for fixed and mobile broadband wireless access systems[S]. USA: IEEE Press, 2006: 617-629.