**文章编号:**1007-5321(2010)01-0018-05

# 格缩减辅助 MIMO 检测的非线性量化

孙艳华[1]， 王　浩[2]， 张延华[1]
(1. 北京工业大学 电子信息与控制工程学院, 北京 100124; 2. 普天信息技术研究院有限公司, 北京 100080)

**摘要:** 针对格缩减辅助(LRA)多入多出(MIMO)检测中,采用格缩减技术后导致星座畸变、引起变换域信号非线性联合量化复杂度高的问题,提出了一种排序反馈的非线性量化算法. 该算法同时考虑了变换星座的边界和各元素间的相关性,且根据量化误差的大小选择信号量化判决的顺序,依次量化判决信号的各元素. 仿真证明,基于该算法的格缩减辅助 MIMO 检测性能优于无排序反馈量化和逐元素独立量化的格缩减辅助 MIMO 检测,且能很好地逼近最大似然检测的性能;在平坦块衰落信道下,计算复杂度为多项式复杂度.

**关 键 词:** 多入多出; 格缩减; 检测算法; 非线性量化
**中图分类号:** TN911.22　　**文献标志码:** A

# Non-Linear Quantization for Lattice Reduction Aided MIMO Detection

SUN Yan-hua[1], WANG Hao[2], ZHANG Yan-hua[1]
(1. School of Electronic Information and Control Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China;
2. Potevio Institute of Technology Company Limited, Beijing 100080, China)

**Abstract:** Aiming at the high complexity of non-linear combined quantization caused by constellation biased distribution in lattice reduction aided (LRA) multiple input multiple output (MIMO) detection, a sorted feedback non-linear quantization scheme is proposed. It considers the border of transformed constellation and the correlations between elements, meanwhile, the element is selected to be quantized according to the value of the quantization errors. Simulation shows that the performance of LRA MIMO detection based on this quantization scheme is superior to the performance of LRA MIMO detection based on non-sorted feedback and independent element quantization. Furthermore, the LRA MIMO detection based on the proposed scheme can approach the performance of maximum likelihood detection in polynomial complexity in a flat fading channel.

**Key words:** multiple input multiple output; lattice reduction; detection algorithm; non-linear quantization

## 0 引言

信息理论的研究结果表明,在丰富散射的无线信道,多入多出(MIMO)系统可以获得比单发单收系统更高的容量[1]. 对于 MIMO 系统,最大似然(ML)检测在误比特率最小的意义下是最优检测,但其非多项式(NP)运算复杂度使其在实际系统中难以应用. 线性的基于迫零(ZF)或最小均方误差(MMSE)准则的检测算法虽然复杂度低,但是性能与最优的 ML 检测有很大差距. 贝尔实验室提出的

**收稿日期:** 2009-05-09
**基金项目:** 泛网无线通信教育部重点实验室(北京邮电大学)开放课题项目(2009102); 国家高技术研究发展计划项目(863-317-03-06-99); 北京市教委资助项目(kp0303200101)
**作者简介:** 孙艳华(1978—),女,讲师,E-mail: sunyanhua@bjut.edu.cn.

vertical bell-labs layered space time（V-BLAST）检测[2]，即使采用最优的排序算法，与 ML 检测仍然有很大差距；后来出现了球译码[3]、半定松弛[4]等算法，虽然能取得或很好地逼近 ML 性能，但复杂度较高.

近年来，提出了格缩减辅助（LRA）的 MIMO 检测[5-7]. 如果信道矩阵是一个正交矩阵，线性检测等价于 ML 检测，但实际上，信道矩阵不是正交的，且可能是一个病态矩阵，此时，线性检测的性能会严重恶化. LRA 的 MIMO 检测就是利用格缩减技术将系统模型转变成一个包含条件较好信道矩阵的等价模型，然后将次优检测算法应用在等价系统模型上，经过格缩减变换后，信道矩阵近似正交，因此基于这个变换信道矩阵做检测，得到的结果更加准确.

然而在 LRA 检测中，为保证系统模型的等价，必须将发送信号进行变换，导致原来超立方体星座空间畸变成超平行四边体星座空间，星座点的各元素不再独立，使最优的非线性联合量化复杂度高难以实现，文献[5-7]直接将各个元素在整数域内进行独立量化判决，这种方法是次优的，造成一定的量化误差. 目前对于信号量化判决的研究主要从 2 个方面考虑，一是用候选列表矢量的方法，改进量化判决的性能[8-9]；二是当有量化误差出现时，采用某种机制纠正[10]. 本文提出一种排序反馈的 LRA 检测量化判决方法，同时考虑了变换星座的边界和各元素间的相关性，根据量化误差的大小选择信号量化判决的顺序，减小了量化误差的影响，取得了逼近 ML 检测的性能.

# 1　系统模型

一个 $N_T$ 根发送天线、$N_R$ 根接收天线的 MIMO 系统（$N_R \geqslant N_T$）如图 1 所示.

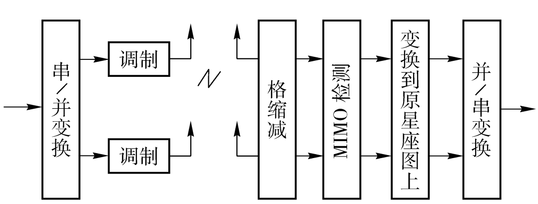


图 1　格缩减辅助 MIMO 系统

记发送信号矢量 $\boldsymbol{s} = [s_1, s_2, \cdots, s_{N_T}]^T$、接收信号 $\boldsymbol{r} = [r_1, r_2, \cdots, r_{N_R}]^T$，在平坦块衰落情况下，接收信号表示为

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{H}_r \boldsymbol{s} + \boldsymbol{n} \tag{1}$$

式中，信道 $\boldsymbol{H}_r$ 在 1 帧中不变化，帧与帧之间独立变化，信道元素是一个零均值、方差为 1 的独立复高斯随机变量；噪声 $\boldsymbol{n}$ 是独立同分布的零均值，实部、虚部方差为 $\sigma_n^2/2$ 的复高斯随机变量且满足 $E(\boldsymbol{n}\boldsymbol{n}^H) = \sigma_n^2 \boldsymbol{I}_{N_R}$.

设发送信号 $\boldsymbol{s} \in A^{N_T}$，信号集合

$$A = \left\{ \pm\frac{a}{2}, \pm\frac{3a}{2}, \cdots, \pm\frac{\sqrt{M}-1}{2}a \right\} + \mathrm{j}\left\{ \pm\frac{a}{2}, \pm\frac{3a}{2}, \cdots, \pm\frac{\sqrt{M}-1}{2}a \right\}$$

式中，$a = \sqrt{\dfrac{6}{M-1}}$ 为能量归一化系数；$M$ 代表调制阶数. MIMO 系统模型式（1）可以看作一种格结构，为构建整数格结构，可以把空间 $A^{N_T}$ 看作复整数子空间 $D^{N_T} \subset C\mathbb{Z}^{N_T}$ 移位修正后得到的空间，即

$$A^{N_T} = a(D^{N_T} + \boldsymbol{m})$$

式中，复整数子集合

$$D = \left\{ -\frac{\sqrt{M}}{2}, -\frac{\sqrt{M}}{2}+1, \cdots, \frac{\sqrt{M}}{2}-1 \right\} + \mathrm{j}\left\{ -\frac{\sqrt{M}}{2}, -\frac{\sqrt{M}}{2}+1, \cdots, \frac{\sqrt{M}}{2}-1 \right\}$$

$\boldsymbol{m}$ 为一复常数矢量 $\frac{1}{2}(1+\mathrm{j}) \times 1_{N_T}$，$1_{N_T} = [1, 1, \cdots, 1]^T$ 是一个 $N_T$ 维全 1 列矢量，则系统模型式（1）可以写为

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{n} \tag{2}$$

式中，信道 $\boldsymbol{H} = a\boldsymbol{H}_r$；接收矢量 $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{m}$；发送矢量 $\boldsymbol{x} = \dfrac{\boldsymbol{s}}{a} - \boldsymbol{m} \in D^{N_T}$.

# 2　格缩减基本原理

根据式（2），可以把无噪接收信号点 $\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}$ 看成由 $\boldsymbol{H}$ 生成的格中的点，列矢量 $\boldsymbol{h}_l$（$1 \leqslant l \leqslant N_T$）构成了格的基矢量，因此所有可能的无噪接收信号点构成格为

$$L(\boldsymbol{H}) = L(\boldsymbol{h}_1, \boldsymbol{h}_2, \cdots, \boldsymbol{h}_{N_T}) = \sum_{l=1}^{N_T} \boldsymbol{h}_l x_l \tag{3}$$

式中 $x_l$ 为第 $l$ 根天线上发送的信号. 对 $L(\boldsymbol{H})$ 来说，任何由 $\boldsymbol{H}$ 经过初等列变换得到的矩阵都可以作为它的基. 初等变换矩阵的乘积等效于一个幺模变换矩阵 $\boldsymbol{P}$，即 $\boldsymbol{P}$ 中元素只取复整数且行列式 $\det(\boldsymbol{P}) = \pm 1$，因此当且仅当 $\boldsymbol{P}$ 是幺模矩阵时，$\boldsymbol{H}' = \boldsymbol{H}\boldsymbol{P}$ 与 $\boldsymbol{H}$ 产生相同的格[11]，即

$$L(\boldsymbol{H}')=L(\boldsymbol{H})\Leftrightarrow\boldsymbol{H}'=\boldsymbol{HP}\tag{4}$$

格缩减技术就是优化格的基，即信道矩阵 $\boldsymbol{H}$，使其成为格的新基 $\boldsymbol{H}'$，新基矢量变成正交性更好和长度更短的矢量，可以得到更好的判决域. 通常高维格缩减问题是一个非多项式时间可解决的问题，由文献[12]提出的 Lenstra、Lenstra、Lovasz(LLL)算法是一种常用的多项式时间、次优算法. 本文采用文献[13]提出的复数域 LLL 算法.

## 3 格缩减辅助 MIMO 检测

LRA 的 MIMO 检测，优化信道矩阵，减小矩阵列矢量之间的相关性，在变换后的星座空间中检测信号，可以大大改善次优检测算法的性能.

### 3.1 格缩减辅助线性检测

线性 ZF 检测导致噪声放大，特别是当信道矩阵接近奇异时. 因此利用格缩减技术找到优化的格基 $\boldsymbol{H}'=\boldsymbol{HP}$，引入 $\boldsymbol{z}=\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{x}$，用对 $\boldsymbol{z}$ 的均衡代替对 $\boldsymbol{x}$ 进行均衡[5]，即

$$\tilde{\boldsymbol{z}}_{\text{LR-ZF}}=\boldsymbol{P}^{-1}\tilde{\boldsymbol{x}}=(\boldsymbol{H}')^{+}\boldsymbol{y}=\boldsymbol{z}+(\boldsymbol{H}')^{+}\boldsymbol{n}\tag{5}$$

然后把信号变回原来的星座空间 $D^{N_\text{T}}$ 内[5]，即

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{\text{ZF}}=\boldsymbol{P}Q\{\tilde{\boldsymbol{z}}_{\text{LR-ZF}}\}\tag{6}$$

式中 $Q\{\cdot\}$ 代表独立元素量化操作，对于 MMSE 准则，先将信道进行扩展[7]，即

$$\left.\begin{aligned}\overline{\boldsymbol{H}}&=\begin{bmatrix}\boldsymbol{H}\\ \sigma_n\boldsymbol{I}_{N_\text{T}}\end{bmatrix}\\ \overline{\boldsymbol{y}}&=\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}\\ \boldsymbol{0}_{N_\text{T},1}\end{bmatrix}\end{aligned}\right\}\tag{7}$$

然后对扩展的信道 $\overline{\boldsymbol{H}}$ 进行格缩减，得到 $\overline{\boldsymbol{H}}'=\overline{\boldsymbol{H}}\,\overline{\boldsymbol{P}}$，计算[7]

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{\text{MMSE}}=\overline{\boldsymbol{P}}Q\{(\overline{\boldsymbol{H}}')^{+}\overline{\boldsymbol{y}}\}\tag{8}$$

### 3.2 格缩减辅助 V-BLAST 检测

虽然格缩减技术可以优化 $\boldsymbol{H}$ 使列矢量间的相关性变小，但是由于列矢量间只是粗略正交，在新基上表示的信号 $z$ 元素间仍然存在干扰，所以采用干扰删除的 V-BLAST 检测与格缩减算法结合能进一步提高性能. LRA 的 V-BLAST 检测与传统 V-BLAST检测的不同之处在于，对格缩减后的矩阵 $\boldsymbol{H}'$进行干扰删除，而且需要根据 $\hat{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{P}\hat{\boldsymbol{z}}$ 得到发送信号估计值 $\hat{\boldsymbol{x}}$，最后需要进行移位修正操作以得到原来发送信号估计值 $\hat{\boldsymbol{s}}$.

## 4 排序反馈非线性量化

对于 LRA 的 MIMO 检测，关键是对基于格缩减后的新基进行检测，将检测出的信号直接在变换后的星座空间内判决，否则不会带来性能增益. 由于引入格缩减后带来星座畸变，星座点各元素将不再独立，星座边界也变得难以控制，因此非线性联合量化是最优的量化判决方法，但其复杂度较高. 如果利用无约束逐元素独立量化方法，没有考虑变换星座的边界和各元素之间的相关性，显然这种方法是次优的，造成一定的量化误差.

本文提出一种排序的反馈量化判决方法，其基本思想是通过加强对变换星座边界的控制，同时考虑各元素间的相关性来减小量化误差的影响. 具体实现步骤如下.

1）利用任何线性或非线性次优检测(如 ZF 或 MMSE)得到发送符号的估计 $\tilde{z}$.

2）用逐元素独立量化方法得到硬判决 $\hat{z}$，计算对应的量化误差 $\boldsymbol{d}$，即

$$\hat{z}_i=Q\{\tilde{z}_i\}\quad \boldsymbol{d}_i=|\tilde{z}_i-\hat{z}_i|\quad i=1,2,\cdots,N_\text{T}$$

3）所有可能的发送符号矢量组成列表 $\Lambda\in C\mathbb{Z}^{N_\text{T}\times L}$(其中 $L=2^{N_\text{T}M_\text{c}}$、$M_\text{c}$ 为每个符号包含的比特数)，求出变换星座空间内所有可能的矢量组成的列表 $\Lambda_R=\boldsymbol{P}^{-1}\Lambda$，计算矩阵 $\boldsymbol{G}$ 为

$$\boldsymbol{G}=R\{\Lambda_R(i,:)\}\tag{9}$$

式中 $R$ 操作代表去掉行矢量 $\Lambda_R(i,:)$ 中重复的元素. 矩阵 $\boldsymbol{G}$ 中第 $i$ 行元素的个数记为 $n_i$.

4）根据量化误差 $\boldsymbol{d}$，选择 $\hat{z}$ 中剩余元素中量化误差最大的一个元素先判决，其下标为 $k$.

5）对于第 $k$ 个元素，用 $\boldsymbol{G}$ 矩阵中第 $k$ 行的元素分别替换 $\hat{z}$ 第 $k$ 个符号，其余元素不变在 $z$ 域得到 $n_k$ 个矢量(由于矩阵 $\boldsymbol{G}$ 中第 $k$ 行元素的个数为 $n_k$)，即

$$\begin{gathered}z_1'=[\hat{z}_1,\hat{z}_2,\cdots,\hat{z}_{k-1},g_{k,1},\hat{z}_{k+1},\cdots,\hat{z}_{N_\text{T}}]^\text{T}\\ z_2'=[\hat{z}_1,\hat{z}_2,\cdots,\hat{z}_{k-1},g_{k,2},\hat{z}_{k+1},\cdots,\hat{z}_{N_\text{T}}]^\text{T}\\ \vdots\\ z_{n_k}'=[\hat{z}_1,\hat{z}_2,\cdots,\hat{z}_{k-1},g_{k,n_k},\hat{z}_{k+1},\cdots,\hat{z}_{N_\text{T}}]^\text{T}\end{gathered}$$

6）计算

$$l=\underset{l=1,2,\cdots,n_k}{\arg\min}|P\tilde{z}-Pz_l'|\tag{10}$$

选择最小值所对应的 $l$，更新 $\hat{z}_k=g_{k,l}$.

7）重复步骤 4)～6)直到 $\hat{z}$ 中所有元素都已更

新，计算 $\hat{x}=P\hat{z}$，最后需要进行移位修正操作得到 $\hat{s}$.

这种排序的反馈量化判决方法综合考虑了变换域星座的边界和元素间的相关性，利用 $\hat{z}$ 中所有元素来判决一个元素，通过仿真证明提高了格缩减辅助 MIMO 检测的性能.

理论上，这种排序反馈量化判决方法可使用多次从而进一步提高性能，但是通过后面的仿真表明，仅使用 1 次就可以得到理想的性能，多次使用并没有带来性能上的增益.

## 5　仿真结果及分析

考虑一个 4 发 4 收的 MIMO 系统，平坦瑞利块衰落信道，正交相移键控（QPSK）调制，假设发送端每根天线能量归一化为 1，信噪比（SNR）定义为

$$\frac{E_b}{N_0}=\frac{E_s N_R}{N_T M_c 2\sigma^2}$$

图 2 示出了信噪比为 10 dB 时排序反馈量化方法的使用次数对误码率性能的影响. 从图 2 可以看出，使用 1 次判决反馈量化就可以提高系统的性能，多次使用并不能进一步改善性能. 因为该方法是综合利用所有发送矢量的元素修正估计某个元素，使其判决更加可靠，由于无法从外界获得更多信息，所以多次使用也不会带来性能上进一步的增益.

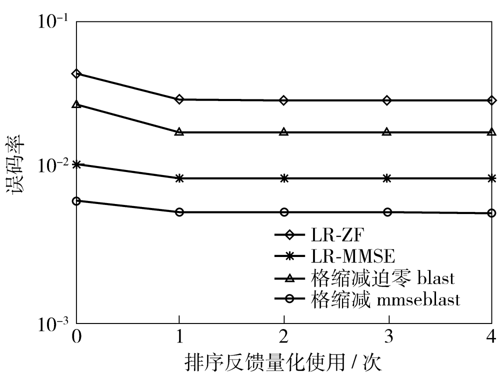


图 2　排序反馈数与误码率的关系

图 3 示出了基于排序反馈量化的格缩减迫零（LR-ZF）和格缩减最小均方误差（LR-MMSE）检测的性能，为比较给出了基于量化误差排序和无排序情况下的检测性能. 由图 3 可知，基于无排序反馈量化的 LR-ZF 检测比逐元素独立量化 LR-ZF 检测性能改善了 0.9 dB 左右，而根据量化误差排序后又带来约 0.3 dB 的性能增益，因此采用本文提出的排序反馈量化方法的 LR-ZF 检测比独立量化 LR-ZF 检测有约 1.2 dB 的性能增益；对于线性 MMSE 检测，排序反馈量化 LR-MMSE 相比无排序反馈量化和独立量化 LR-MMSE 检测分别有约 0.2 dB 和 0.5 dB 的性能增益.

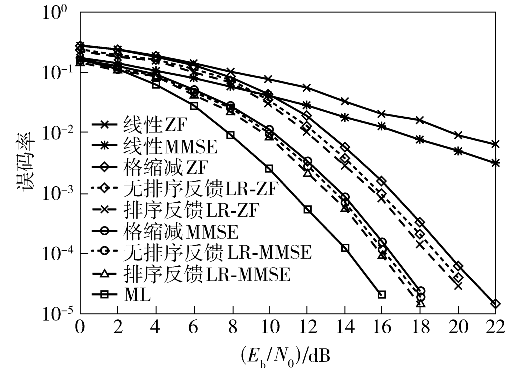


图 3　基于排序反馈量化的 LRA 线性检测

图 4 示出了排序反馈量化的基于 ZF 和 MMSE 准则下的 V-BLAST 检测的性能. 从图 4 可以看出，基于无排序反馈量化 LR-ZFBLAST 比独立量化 LR-ZFBLAST 性能改善了 0.8 dB 左右，根据量化误差排序后又带来了约 0.3 dB 的性能增益；对于 MMSE 准则，排序反馈量化 LR-MMSEBLAST 检测相比无排序反馈量化和独立量化检测分别有约 0.2 dB 和0.4 dB的性能增益；高信噪比下，在误码率 $10^{-5}$ 量级，基于排序反馈量化的 LR-MMSEBLAST 检测与最大似然检测相比，只有约 0.3 dB 的性能差距.

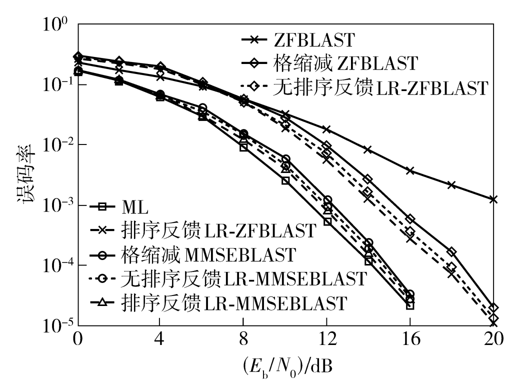


图 4　基于排序反馈量化的格缩减辅助 V-BLAST

由图 3 和图 4 可以看出，格缩减辅助的 MIMO 检测能取得与最大似然检测相同的分集增益，采用本文提出的排序反馈量化判决方法可以进一步减小 MIMO 次优检测和 ML 检测间的性能差距，取得逼近 ML 检测的性能.

## 6　复杂度分析

如上所述，算法额外的复杂度主要取决于式(9)和

式(10)的计算,式(10)计算需要$(2N_{\mathrm{T}}^2+N_{\mathrm{T}})n_{k_i}$次复数乘法,是发送天线数目的多项式函数. 假设信道在 1 帧内不变,对于 1 帧来说,式(9)只需计算 1 次,在这种情况下算法复杂度为多项式复杂度. 如果是频率选择性快衰落信道,算法最差的复杂度是指数级,因为每次传输式(9)都要重新计算.

## 7 结束语

格缩减辅助 MIMO 检测由于采用格缩减技术后导致星座畸变,引起变换域信号最优非线性联合量化复杂度较高,本文提出了一种排序反馈的非线性量化算法,同时考虑了变换星座的边界和各元素间的相关性,且根据量化误差的大小选择信号量化判决的顺序,依次量化判决信号的各元素. 仿真结果表明,基于该算法的格缩减辅助 MIMO 检测其性能要优于无排序反馈量化和逐元素独立量化的格缩减辅助 MIMO 检测,能进一步缩小 MIMO 次优检测和 ML 检测间的性能差距. 在平坦块衰落信道下,由于 1 帧中信道保持不变,式(9)只需计算 1 次,复杂度主要取决于式(10)的计算,此时为多项式复杂度. 下一步的研究方向将考虑能否将该算法与迭代译码算法相结合,应用于编码 MIMO 系统中.

**参考文献:**

[1] Telatar I E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels [J]. Eur Trans Telecom, 1999, 10(6): 585-595.

[2] Wolniansky P W, Foschini G J, Golden G D, et al. V-BLAST: an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel [C] // ISSSE'98. Pisa: IEEE Press, 1998: 230-235.

[3] Ahmed D K, Amir S, Jean P C, et al. New list sphere decoding and iterative synchronization algorithms for MIMO-OFDM detection with LDPC FEC[J]. IEEE Trans on Vehicular Technology, 2008, 57(6): 3510-3524.

[4] Yang Yijin, Zhao Chunming, Zhou Peng, et al. MIMO detection of 16QAM signaling based on semidefinite relaxation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2007, 14 (11): 797-799.

[5] Yao Huan, Wornell G W. Lattice-reduction-aided detectors for MIMO communication systems [C] // GLOBECOM'02. Taiwan: IEEE Press, 2002: 424-428.

[6] Windpassinger C, Fischer R F H. Low-complexity near-maximum-likelihood detection and precoding for MIMO systems using lattice reduction[C] // IEEE Information Theory Workshop. Paris: IEEE Press, 2003: 324-327.

[7] Wubben D, Bohnke R, Kuhn V, et al. Near maximum likelihood detection of MIMO systems using MMSE-based lattice reduction[C] // ICC 2004. Paris: IEEE Press, 2004: 798-802.

[8] Lee D J, Kim R W, Byun Y S. Improved lattice reduction aided detection based on extended noise variance matrix for MIMO systems[C] // SPAWC 2007. Helsinki: IEEE Press, 2007: 1-5.

[9] Park S B, Jong J S, Lee D J, et al. List LRAD based on semi-definite relaxation for MIMO systems[C] // ICACT 2008. Korea: IEEE Press, 2008: 1196-1199.

[10] Nguyen T D, Fujino T, Tran X N. Quantization error correction scheme for lattice-reduction aided linear detection in MIMO systems[C] // WIMOB 2007. New York: IEEE Press, 2007: 11-16.

[11] Schnoor C P, Euchner M. Lattice basis reduction improved practical algorithms and solving subsets sum problems[J]. Mathematical Programming, 1994, 66(2): 181-199.

[12] Lenstra A K, Lenstra H W, Lovasz L. Factoring polynomials with rational coefficients[J]. Math Ann, 1982, 261(4): 515-534.

[13] Sandell M, Lillie A, McNamara D, et al. Complexity study of lattice reduction for MIMO detection[C] // WCNC 2007. Hong Kong: IEEE Press, 2007: 1089-1092.