文章编号:1007-5321(2021)06-0048-05 **DOI**:10.13190/j.jbupt.2021-023

基于环式对齐链的干扰对齐闭式解方法

刘伟华[1], 王中方[2], 张秋闻[1], 徐 晋[1], 丁汉清[1]
(1. 郑州轻工业大学 计算机与通信工程学院, 郑州 450002;
2. 中国科学院 信息工程研究所, 北京 100093)

摘要: 针对一般干扰网络下干扰对齐闭式解的问题,提出了一种新颖的、基于环式对齐链的干扰对齐闭式解方法. 首先将干扰对齐预编码矩阵分解成若干个子矩阵,并精心设计其环式对齐链,尽可能压缩干扰子空间维度;然后基于环式对齐链,利用矩阵理论求解干扰对齐预编码矩阵和滤波矩阵. 仿真结果表明,该方法实现了较高的系统和速率性能,并且具有较低的运算复杂度.

关 键 词: 多用户干扰网络; 干扰对齐; 自由度; 环式对齐链; 求解方法
中图分类号: TN911.4 **文献标志码**: A

Closed-Form IA Solution Based on Ring-Typed Alignment Chain

LIU Wei-hua[1], WANG Zhong-fang[2], ZHANG Qiu-wen[1], XU Jin[1], DING Han-qing[1]
(1. School of Computer and Communication Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China;
2. Institute of Information Engineering, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100093, China)

Abstract: To obtain the closed-form interference alignment (IA) solution for general interference networks, a novel closed-form IA solution method based on ring-typed alignment chain is proposed. Frist, the IA precoding matrices are decomposed into several sub-matrices, and the ring-typed alignment chains are elaborately designed by compressing the interference subspace as much as possible. Then, based on the ring-typed alignment chains, the IA precoding matrices and filtering matrices are computed by the matrix theory. Simulation results verify that the proposed method achieves high sum-rate performance with low computational complexity.

Key words: multiple-user interference networks; interference alignment; degrees of freedom; ring-typed alignment chain; solution method

第 5 代移动通信系统中,超密集异构组网、同时同频全双工等技术的使用,使得干扰问题更加严重[1-2]. 干扰对齐在消除干扰及提高系统容量方面存在巨大潜能,被认为是未来移动通信系统中一种有前景的干扰管理技术[3]. Maddah-Ali 等[4] 和 Cadambe 等[5] 提出了干扰对齐技术,并验证了这项技术能够极大地提高用户自由度和系统容量.

对于多输入多输出(MIMO, multiple-input multiple-out)通信系统,干扰对齐可实现每个用户$\frac{M+N}{K+1}$个自由度[6],其中 $M(N)$ 为所有发送者(接收者)的发射(接收)天线数,K 为用户数. 对于多天线多载波通信系统,干扰对齐可实现每个用户$\frac{(M+N)S}{K+1}$个

收稿日期: 2021-03-03
基金项目: 国家自然科学基金项目(61901418, 61771432); 河南省重点研发与推广专项项目(科技攻关)(202102210124, 212102210174, 212102210563); 河南省教育厅基础研究专项项目(21zx003)
作者简介: 刘伟华(1989—), 男, 讲师, 硕士生导师, E-mail:liuweihua@zzuli.edu.cn.

自由度[7]，其中 S 为子载波数. 另外，除了 K 用户干扰网络，干扰对齐也可应用于各种其他类型的通信网络[8-12]. 干扰对齐的核心思想是设计发送端预编码压缩干扰子空间维度，然后设计接收端滤波消除干扰. 因此，干扰对齐预编码矩阵与滤波矩阵求解是关键，其求解方法分闭式解和迭代求解[13-14] 2 种方法. 目前研究工作只在一些特殊通信场景下得出其闭式解[5,15-17].

针对上述问题，研究了干扰对齐闭式解问题. 通过设计环式对齐链，压缩干扰空间和提高期望信号空间，并利用矩阵论推导出了一般网络下通用的干扰对齐闭式解.

1　系统模型及问题描述

考虑 K 用户 MIMO 干扰信道，有 K 个收发对，所有发送者和接收者分别配置 M 和 N 个天线，所有用户有 d 个自由度，该信道模型表示为 $(M\times N,d)^K$. 令集合 $\mathscr{K}=\{1,2,\cdots,K\}$，接收者 k，$\forall k\in\mathscr{K}$ 从相应的发送者 k 获取期望信息，其接收的 $d\times 1$ 维信号 $\boldsymbol{y}_k$ 表示为

$$\boldsymbol{y}_k=\sum_{l=1}^{K}\boldsymbol{H}_{kl}\boldsymbol{V}_l\boldsymbol{s}_l+\boldsymbol{n}_k \tag{1}$$

其中：$\boldsymbol{s}_l$，$\forall l\in\mathscr{K}$ 为 $d\times 1$ 维信息向量；$\boldsymbol{V}_l$ 为在发射端 l 设计的 $M\times d$ 维预编码矩阵；$\boldsymbol{n}_k$ 为 $N\times 1$ 维噪声向量；$\boldsymbol{H}_{kl}\in\mathbb{C}^{N\times M}$ 为发送者 l 到接收者 k 的信道，$\mathbb{C}^{N\times M}$ 为 $N\times M$ 维复数矩阵域. 假设信道矩阵的所有元素服从零均值、单位方差的独立高斯分布，在接收端设计滤波矩阵 $\boldsymbol{U}_k\in\mathbb{C}^{d\times N}$ 来检测接收信号，有

$$\boldsymbol{U}_k^{\dagger}\boldsymbol{y}_k=\boldsymbol{U}_k^{\dagger}\boldsymbol{H}_{kk}\boldsymbol{V}_k\boldsymbol{s}_k+\sum_{l=1,l\neq k}^{K}\boldsymbol{U}_k^{\dagger}\boldsymbol{H}_{kl}\boldsymbol{V}_l\boldsymbol{s}_l+\boldsymbol{U}_k^{\dagger}\boldsymbol{n}_k \tag{2}$$

其中：等式右边第 1 项为期望信号，第 2 项为所有的干扰信号. 使用干扰对齐消除所有干扰，有

$$\boldsymbol{U}_k^{\dagger}\boldsymbol{H}_{kl}\boldsymbol{V}_l=0,\ k\neq l \tag{3}$$

$$\operatorname{rank}(\boldsymbol{U}_k^{\dagger}\boldsymbol{H}_{kk}\boldsymbol{V}_k)=d \tag{4}$$

2　干扰对齐环式对齐链设计

2.1　干扰对齐可行性分析

根据文献[18]，对于可行的干扰对齐系统 $(M\times N,d)^K$，$M+N=(K+1)d$，有 $\frac{M}{N}=\frac{tp-q}{rp+q}$ 或 $\frac{M}{N}=\frac{rp+q}{tp-q}$，其中：$t=\left\lfloor\frac{K+1}{2}\right\rfloor$，$r=\left\lceil\frac{K+1}{2}\right\rceil$，$p\geqslant 1$，$0\leqslant|q|<tp$.

由于干扰对齐系统的对偶性，考虑发射天线数大于或等于接收天线数的通信场景，有

$$M=(tp-q)m\geqslant N=(rp+q)m \tag{5}$$

$$d=p'm(p'\leqslant p) \tag{6}$$

2.2　环式对齐链设计

干扰子空间 $\operatorname{span}\left(\bigcup_{l\neq k}\boldsymbol{H}_{kl}\boldsymbol{V}_l\right)$ 维度不超过 $N-d=(rp+q-p')m$. 其中：$\bigcup_{l\neq k}\boldsymbol{H}_{kl}\boldsymbol{V}_l$ 是所有矩阵 $\boldsymbol{H}_{kl}\boldsymbol{V}_l\in\mathbb{C}^{N\times d}(l\neq k)$ 的合成矩阵. 因此，对于任意一个接收者 k，对它造成干扰的所有发送者 $l\neq k$ 设计的预编码矩阵 $\boldsymbol{V}_l$，$l\neq k$ 必须满足如下条件：

$$\operatorname{rank}\left[\bigcup_{l\neq k}\boldsymbol{H}_{kl}\boldsymbol{V}_l\right]\leqslant(rp+q-p')m \tag{7}$$

定义一种循环函数 $\operatorname{cyc}(p')$ 为

$$\operatorname{cyc}(p')=\begin{cases}K, & p'\bmod K=0\\ p'\bmod K, & p'\bmod K\neq 0\end{cases} \tag{8}$$

其中 $p'\bmod K$ 表示 p' 除以 K 的余数. 定义

$$f(k)=\begin{cases}1, & k=1\\ K+2-k, & k\neq 1\end{cases} \tag{9}$$

设计了一种环式预编码子矩阵对齐链，如图 1 所示. 设计原则包括以下 6 个方面.

1) 所有预编码矩阵分解成 p' 个子矩阵，$w_1,w_2,\cdots,w_K$ 的值为

$$w_1=f(\operatorname{cyc}(p'))$$
$$w_{k+1}=\operatorname{cyc}(w_k+1) \tag{10}$$

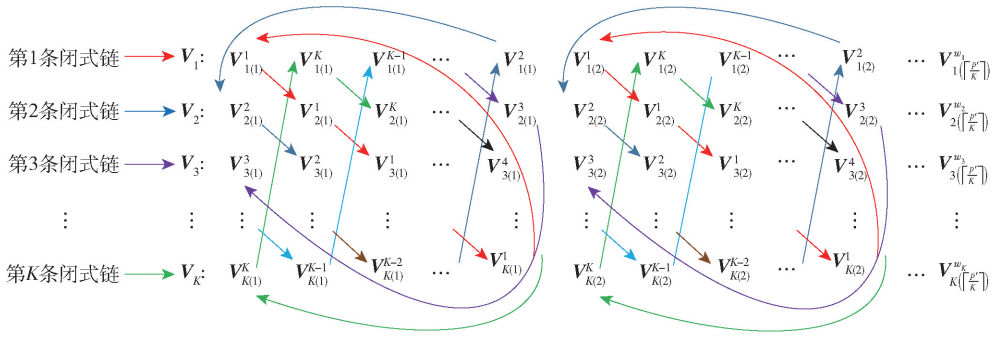

图 1　干扰对齐的环式对齐链设计

其中任意子矩阵 $\boldsymbol{V}_{k(x)}^{i}$, $\forall k \in \mathscr{K}$, $\forall i \in \mathscr{K}$ 中标号 k 代表该子矩阵是预编码矩阵 $\boldsymbol{V}_k$ 的分解子矩阵.

2）所有预编码矩阵的子矩阵被分成 $\left\lceil \frac{p'}{K} \right\rceil$ 个部分,每部分为一个周期. 其中子矩阵 $\boldsymbol{V}_{k(x)}^{i}$ 的标号 x 代表其属于第 x 个周期.

3）针对前 $\left\lceil \frac{p'}{K} \right\rceil - 1$ 个周期均设计 K 条环式对齐链,这些对齐链分别以 $\boldsymbol{V}_{i(x)}^{i}$ $(i=1,2,\cdots,K)$ 开始,其元素 $\boldsymbol{V}_{k(x)}^{i}$ $\left(x < \left\lceil \frac{p'}{K} \right\rceil\right)$ 的标号 i 表示其属于第 i 条对齐链.

4）同一条链的相邻元素满足:

$$\operatorname{span}(\boldsymbol{H}_{kl_1}\boldsymbol{V}_{l_1(x)}^{i}) = \operatorname{span}(\boldsymbol{H}_{kl_2}\boldsymbol{V}_{l_2(x)}^{i}) \tag{11}$$

$$l_1 = \begin{cases} K, & l_2 = 1 \\ l_2 - 1, & l_2 \neq 1 \end{cases}, \quad k = \begin{cases} 1, & l_2 = K \\ l_2 + 1, & l_2 < K \end{cases} \tag{12}$$

5）对齐链又分别以 $\boldsymbol{V}_{i(x)}^{i}$ $(i=1,2,\cdots,K)$ 结束,形成首尾相连的环状闭链,这些元素被称为中心元素.

6）针对最后一个周期,根据 $p' \bmod K$ 值的不同,设计不同类型的环式对齐链.

分析经过环式对齐链设计后的干扰子空间维度,可得

$$\operatorname{rank}\left[\bigcup_{l \neq 1} \boldsymbol{H}_{1l}\boldsymbol{V}_l\right] \leqslant (K-1)d - p'm = (K-2)p'm \tag{13}$$

为了满足式(7),必须有

$$(K-2)p'm \leqslant (rp+q-p')m \Rightarrow (K-1)p' \leqslant rp+q \tag{14}$$

Liu 等[19]提出了一种基于对齐链的干扰对齐闭式解方法,设计的对齐链不是环式闭链,干扰子空间维度满足文献[19]中的式(25). 通过对比式(13)和文献[19]中的式(25)可知,在相同干扰信道模型下设计的环式对齐链能够进一步压缩干扰子空间的维度.

3 干扰对齐闭式解

对于第 x $\left(x < \left\lceil \frac{p'}{K} \right\rceil\right)$ 个周期中的第 i 条链,从中心元素 $\boldsymbol{V}_{i(x)}^{i}$ 开始,可得

$$\operatorname{span}(\boldsymbol{H}_{k_{j+2}k_j}\boldsymbol{V}_{k_j(x)}^{i}) = \operatorname{span}(\boldsymbol{H}_{k_{j+2}k_{j+1}}\boldsymbol{V}_{k_{j+1}(x)}^{i}) \tag{15}$$

其中:$k_0 = i$, $k_j = \operatorname{cyc}(i+j)$, $j = 1,2,\cdots,K-1$.

若接收天线数等于发射天线数,可得

$$\operatorname{span}(\boldsymbol{V}_{k_j(x)}^{i}) = \operatorname{span}(\boldsymbol{H}_{k_{j+2}k_j}^{-1}\boldsymbol{H}_{k_{j+2}k_{j+1}}\boldsymbol{V}_{k_{j+1}(x)}^{i}) \tag{16}$$

由于环式对齐链的闭环性质,该链上的中心元素 $\boldsymbol{V}_{i(x)}^{i}$ 满足

$$\begin{aligned} &\operatorname{span}(\boldsymbol{V}_{i(x)}^{i}) = \\ &\operatorname{span}(\boldsymbol{H}_{k_2 i}^{-1}\boldsymbol{H}_{k_2k_1}\boldsymbol{H}_{k_3k_1}^{-1}\boldsymbol{H}_{k_3k_2}\cdots\boldsymbol{H}_{k_1k_{K-1}}^{-1}\boldsymbol{H}_{k_1 i}\boldsymbol{V}_{i(x)}^{i}) = \\ &\operatorname{span}(\widehat{\boldsymbol{H}}_i\boldsymbol{V}_{i(x)}^{i}) \end{aligned} \tag{17}$$

其中:M 阶矩阵 $\widehat{\boldsymbol{H}}_i$ 是求解预编码矩阵的关键矩阵,有

$$\widehat{\boldsymbol{H}}_i = \boldsymbol{H}_{k_2 i}^{-1}\boldsymbol{H}_{k_2k_1}\boldsymbol{H}_{k_3k_1}^{-1}\boldsymbol{H}_{k_3k_2}\cdots\boldsymbol{H}_{k_1k_{K-1}}^{-1}\boldsymbol{H}_{k_1 i} \tag{18}$$

为了满足式(17),中心元素张成子空间 $\operatorname{span}(\boldsymbol{V}_{i(x)}^{i})$ 的 m 个基向量可以是矩阵 $\widehat{\boldsymbol{H}}_i$ 的 m 个线性无关的特征向量,可得

$$\boldsymbol{V}_{i(x)}^{i} = \operatorname{eig}_m(\widehat{\boldsymbol{H}}_i) \tag{19}$$

其中:$\operatorname{eig}_m(\widehat{\boldsymbol{H}}_i)$ 表示由 $\widehat{\boldsymbol{H}}_i$ 的第 $(x-1)m+1$ 个到第 xm 个特征值对应的 m 个特征向量构成其列向量的 $M \times m$ 维矩阵. 一旦求解出 $\boldsymbol{V}_{i(x)}^{i}$,计算 $\boldsymbol{V}_{k_1(x)}^{i}, \boldsymbol{V}_{k_2(x)}^{i}, \cdots, \boldsymbol{V}_{k_{K-1}(x)}^{i}$ 为

$$\boldsymbol{V}_{k_{j+1}(x)}^{i} = \boldsymbol{H}_{k_{j+2}k_{j+1}}^{-1}\boldsymbol{H}_{k_{j+2}k_j}\boldsymbol{V}_{k_j(x)}^{i} \tag{20}$$

若发射天线数大于接收天线数,关键矩阵为

$$\widehat{\boldsymbol{H}}_i = (\boldsymbol{H}_{k_2 i})_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{H}_{k_2k_1}\cdots(\boldsymbol{H}_{k_1k_{K-1}})_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{H}_{k_1 i} \tag{21}$$

其中 $(\cdot)_{\mathrm{r}}^{-1}$ 表示右伪逆矩阵. 同样,可通过矩阵 $\widehat{\boldsymbol{H}}_i$ 的特征向量求出预编码子矩阵.

类似地,也可求解最后一个周期的所有预编码子矩阵元素.

4 仿真与分析

4.1 4 用户干扰信道模型

首先考虑收发天线数相等的 4 用户 MIMO 干扰信道模型,$N = (rp+q)m = 12$, $M = (tp-q)m = 13$,其中 $r=3$, $t=2$, $p=5$, $q=-3$, $m=1$. 图 2 所示为不同信噪比下干扰对齐闭式解方法和迭代求解算法实现的系统和速率. 3 种对比方法包括:1）所提的基于环式对齐链的干扰对齐闭式解方法,实现 4 个用户自由度;2）最大信干噪比算法[13],实现 5 个用户自由度;3）最小干扰泄露算法[13],实现 5 个用户自由度.

从图 2 可知,干扰对齐闭式解方法实现的用户自由度受式(14)的限制,低于 2 种干扰对齐迭代求解算法实现的自由度,故在系统和速率方面,干扰对齐迭代求解算法略优于所提的闭式解方法. 但在运算复杂度方面,干扰对齐闭式解方法的运算复杂

度远高于其迭代求解算法.

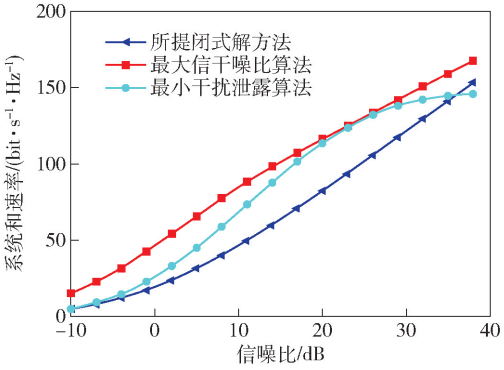

图 2　不同传输方案实现的系统和速率

图 3 所示为不同天线数的干扰信道模型下，$r=3, t=2, p=5, q=-3, m=1,2,3$ 时的干扰对齐迭代求解与闭式解的运算复杂度. 其中 Y 值为迭代求解与闭式解的运算时间比. 由图 3 可见，由于无需反复迭代，闭式解运算的复杂度很低，随着天线数的增加，干扰对齐迭代求解的运算复杂度增大.

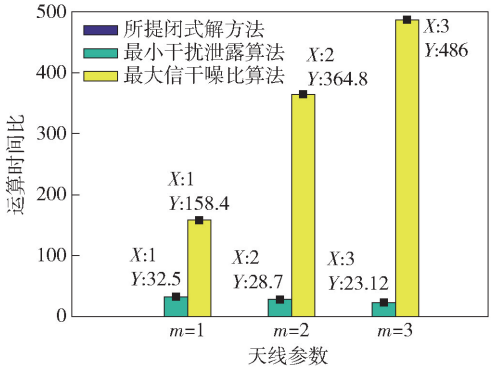

图 3　不同干扰对齐求解方法下的运算复杂度

4.2　5 用户干扰信道模型

图 4 所示为 5 用户 MIMO 干扰信道模型 $N=M=12(t=r=3, p=4, q=0, m=1)$ 场景下用 3 种方法和精确闭式解方法[19] 实现的系统和速率. 干扰对齐闭式解方法实现的用户自由度为 $d=p'm=3$，但精确闭式解方法实现的用户自由度为 $d=p'm=2$，其中 p' 值满足文献[19]中的式(26)和式(28). 提出的干扰对齐闭式解方法是在文献[19]中对齐链设计的基础上增加了环式对齐链，相比于对齐链，环式对齐链可进一步压缩干扰子空间的维度，所提闭式解方法实现的自由度要大于用精确闭式解方法实现的自由度. 可以看出，在较高信噪比的情况下，所提的干扰对齐闭式解方法获得了较高的系统和速率.

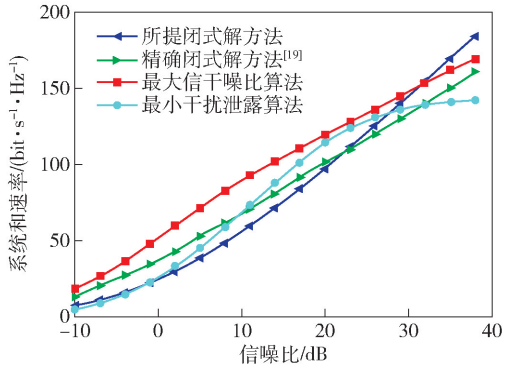

图 4　$K=5, N=M=12$ 时不同传输方案实现的系统和速率

4.3　非理想信道参数下干扰信道模型

根据 Feng 等[20] 的研究结果可知，实际信道矩阵与估计信道矩阵之间的误差越大，干扰对齐的系统和速率损失会越大. 图 5 所示为非理想信道参数下 4 用户 MIMO 干扰信道模型 $N=12$，$M=13$ 时干扰对齐闭式解方法实现的系统和速率. 从图 5 可以看出，随着信道误差的增大，系统和速率的损失就越大.

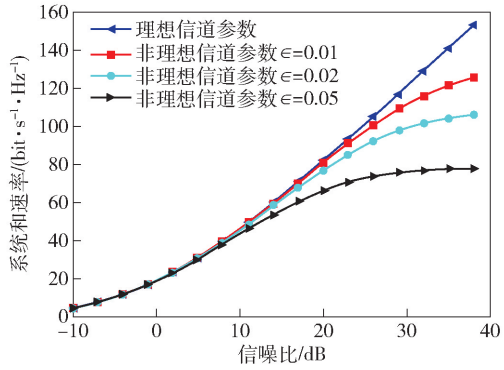

图 5　非理想信道参数下所提方法实现的系统和速率

5　结束语

研究了多用户 MIMO 通信系统中实现多个用户自由度的干扰对齐闭式解方法. 针对一般性的干扰网络模型，通过设计环式对齐链，推导预编码矩阵满足的对齐方程组，给出了闭式解方法. 实验与分析结果证明，所提方法具有较好的和速率性能和较低的运算复杂度，相比于迭代求解方法，在实际通信系统的应用中更具优势.

参考文献：

[1]　Shafi M, Molisch A F, Smith P J, et al. 5G: a tutorial overview of standards, trials, challenges, deployment,

and practice[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2017, 35(6): 1201-1221.

[2] An Jianping, Yang Kai, Wu Jinsong, et al. Achieving sustainable ultra-dense heterogeneous networks for 5G [J]. IEEE Communications Magazine, 2017, 55(12): 84-90.

[3] Zhao Nan, Yu F R, Jin Minglu, et al. Interference alignment and its applications: a survey, research issues, and challenges[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2016, 18(3): 1779-1803.

[4] Maddah-Ali M A, Motahari A S, Khandani A K. Communication over MIMO X channels: interference alignment, decomposition, and performance analysis [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2008, 54(8): 3457-3470.

[5] Cadambe V R, Jafar S A. Interference alignment and degrees of freedom of the K-user interference channel [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2008, 54(8): 3425-3441.

[6] Bresler G, Cartwright D, Tse D. Feasibility of interference alignment for the MIMO interference channel[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2014, 60(9): 5573-5586.

[7] Liu Weihua, Zhou Weihua, Wang Ying, et al. Optimal DoF and closed-form IA design for *K*-user MIMO-OFDM systems[C]//2017 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). San Francisco: IEEE Press, 2017: 1-6.

[8] Sridharan G, Yu Wei. Degrees of freedom of MIMO cellular networks: decomposition and linear beamforming design[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2015, 61(6): 3339-3364.

[9] Shao Weidong, Zhang Shun, Zhang Xiushe, et al. Suppressing interference and power allocation over the multicell MIMO-NOMA networks[J]. IEEE Communications Letters, 2019, 23(8): 1397-1400.

[10] Nasser A, Muta O, Elsabrouty M, et al. Interference mitigation and power allocation scheme for downlink MIMO-NOMA HetNet[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(7): 6805-6816.

[11] Rihan M, Huang Lei. Optimum co-design of spectrum sharing between MIMO radar and MIMO communication systems: an interference alignment approach[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(12): 11667-11680.

[12] Zeng Sheng, Wang Chaowei, Qin Cai, et al. Interference alignment assisted by D2D communication for the downlink of MIMO heterogeneous networks[J]. IEEE Access, 2018, 6: 24757-24766.

[13] Gomadam K, Cadambe V R, Jafar S A. A distributed numerical approach to interference alignment and applications to wireless interference networks [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(6): 3309-3322.

[14] Peters S W, Heath R W. Interference alignment via alternating minimization[C]//2009 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Taipei: IEEE Press, 2009: 2445-2448.

[15] Sung H, Park S H, Lee K J, et al. Linear precoder designs for *K*-user interference channels [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(1): 291-301.

[16] Wang Chenwei, Gou Tiangao, Jafar S A. Subspace alignment chains and the degrees of freedom of the three-user MIMO interference channel[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2014, 60(5): 2432-2479.

[17] Tresch R, Guillaud M, Riegler E. On the achievability of interference alignment in the *K*-user constant MIMO interference channel[C]//2009 IEEE/SP 15th Workshop on Statistical Signal Processing. Cardiff: IEEE Press, 2009: 277-280.

[18] Liu Weihua, Gao Zhenxiang, Wang Ying, et al. Exploring IA feasibility in MIMO interference networks: equalized and non-equalized antennas approach [J]. IEICE Transactions on Communications, 2018, E101. B(9): 2047-2057.

[19] Liu Weihua, Zhang Zhe, Huang Lixun, et al. Alignment chain-based closed-form IA solution for multiple user MIMO interference networks[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(2): 1518-1527.

[20] Feng Zhijie, Liu Weihua, Han Xueqin, et al. Optimal IA design and performance analysis for MIMO-OFDM systems with imperfect CSI[J]. IET Communications, 2020, 14(10): 1603-1609.