

文章编号:1007-5321(2020)03-0051-08

DOI:10.13190/j.jbupt.2019-187

多用户 MIMO-WET 系统中短包传输的块错误概率分析

赵伟, 骆亚菲, 鲍慧, 王斌

(华北电力大学 电气与电子工程学院, 保定 071000)

摘要: 针对超可靠低时延通信的收发设备能量受限和超可靠性要求的特点,将多天线技术应用于无线能量捕获的短包传输系统,研究了多用户多天线无线能量传输(MIMO-WET)系统中短包传输的块错误概率性能.首先利用每个用户的信噪比累积分布函数和高斯函数近似的方法,推导出块错误概率的近似闭合表达式;然后对无线能量传输阶段中的时隙数和无线信息传输(WIT)阶段中的功率分配系数因子进行联合优化,实现总块错误概率的最小化.仿真结果验证了所推导的块错误概率闭合表达式的正确性,并根据仿真数据得到:在给定信息传输的块长度和天线数量条件下,WET和WIT所用时隙数存在最优值.

关键词: 短包传输;多天线;能量捕获;块错误概率;时延

中图分类号: TN929

文献标志码: A

Packet Error Probability Analysis of Multiuser MIMO-WET System with Short-Packet Transmission

ZHAO Wei, LUO Ya-fei, BAO Hui, WANG Bin

(School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Baoding 071000, China)

Abstract: Aiming at the characteristics of ultra-reliable low-latency communication transceiver equipment with limited energy and ultra-reliability requirements, the multi-antenna technology is applied to the short-packet transmission system of wireless energy harvesting and the packet error probability (PEP) performance of multiuser multi-antenna-wireless energy transmission (MIMO-WET) system with short-packet transmission is studied accordingly. Firstly, an approximate closed-form expression of the packet error probability is obtained by utilizing the cumulative distribution function of the signal-to-noise ratio for each user and the Gaussian function approximation method. Then the number of channel uses in the wireless energy transmission phase and the power allocation factors in the wireless information transmission (WIT) phase are jointly optimized for minimizing the sum-PEP of all users. Simulations validate the correctness of the closed expression of the packet error probability. It is shown that there are optimum numbers of channels uses for WET and WIT for given packet length of information transmission and the number of antennas.

Key words: short packet transmission; multi-antenna; wireless energy transfer; the packet error probability; latency

收稿日期: 2019-09-09

基金项目: 国家自然科学基金项目(61971190); 中央高校基本科研业务费专项项目(2019MS089, 2015MS95)

作者简介: 赵伟(1980—), 男, 讲师.

通信作者: 骆亚菲(1993—), 女, 硕士生, E-mail: luoyafei1006@126.com.

超可靠低时延通信 (URLLC, ultra-reliable and low-latency communication) 需要在时延受限的条件下准确地传递信息^[1], 故可采用短数据包进行传输; 由于数据包长度有限, 不再使用香农定理的最大互信息算法^[2]. 最大可达速率 (MAR, maximal achievable rate) 不但与信道分布有关, 而且也与块错误概率 (PEP, packet error probability) 有关^[3]; 同时, 在 URLLC 下, 收发设备大多是能量受限的, 需要采用能量捕获的方式获取能量, 以供数据传输. 多天技术能够利用空间资源实现复用增益, 提高短数据包传输系统的 MAR 以及能量传输效率, 进而降低传输时延; 同时也可以实现分集增益, 从而降低系统的 PEP.

Khan 和 Lopez 等^[3-4] 推导了点对点的单天线无线能量传输 (WET, wireless energy transmission) 系统中短包传输的 MAR 和 PEP; Lopez 等^[5] 认为能量捕获 URLLC 系统的时延其与系统的 PEP 成反比; Yang 等^[6] 研究了能量捕获受限条件下系统的 MAR 性能, 认为 MAR 与 PEP 和信道散度有关. 由此可以看出, PEP 直接影响短数据包传输的 MAR, 从而进一步影响其传输时延; 同时捕获能量的多少直接影响发射功率的大小, 进而影响 PEP 和 MAR. 所以, PEP 能够表征短数据包传输系统的可靠性、有效性和能量捕获效率, 并影响整个系统的时延. 然而, 以上研究都是针对理想状态的点对点通信系统, 未考虑多设备连接场景. Gu 等^[7] 分别在时分多址接入和迫零波束成形情景下研究了多用户短包传输系统的 PEP, 并分别对块长度分配和功率分配系数进行优化, 使系统的总 PEP 最小, 但未考虑能量捕获问题. Hu 等^[8] 研究了协作多终端短包传输系统的 PEP, 但由于能量开销较大, 无法使用 WET 为设备提供能量以供数据传输. 由以上研究发现, 多用户 MIMO-WET 系统中短包传输的 PEP 性能尚无研究.

针对此问题, 在多用户 MIMO-WET 短包传输系统中, 为能量发射器 (ET, energy transmitter) 和源节点配置多根天线, 利用源节点捕获到的能量进行信息发送; 根据源节点与用户的空间分布和迫零波束成形方法得到每个用户的信噪比累积分布函数, 并利用高斯函数近似的方法, 推导出每个用户的块错误概率的近似闭合表达式. 利用基于块坐标下降 (BCD, the block coordinate descent) 和凹凸过程 (CCCP, concave-convex procedure) 的迭代算法, 对 WET 阶段中的时隙数和无线信息传输 (WIT, wire-

less information transmission) 阶段中的功率分配系数因子进行联合优化, 实现总块错误概率的最小化. 理论分析结果表明, 块错误概率与信息传输的块长度、功率分配系数成反比. 仿真结果验证了所推导的块错误概率闭合表达式的正确性. 根据仿真数据可知, 在给定信息传输的块长度和天线数量条件下, WET 和 WIT 所用时隙数存在最优值.

1 系统模型

将多天技术应用到无线能量捕获短包传输系统中, 系统由 ET、源节点 S 和 K 个用户组成, 如图 1 所示. 由于节点能量受限, K 个用户都配备单天线, 并分布于不同的位置, 分别用 U_1, U_2, \dots, U_K 表示; ET 的天线数量为 N_{ET} , 源节点的天线数量为 N . 假设能量捕获节点使用存储然后传输协议进行无线通信, 整个过程分为 WET 阶段和 WIT 阶段. 首先, 源节点 S 在 m 个时隙中通过 ET 发出的射频 (RF, radio frequency) 信号进行能量收集, 并存入电池中, 即 WET 阶段; 然后, 源节点利用收集的能量, 通过 n 个时隙与目的节点进行信息传输, 即 WIT 阶段. 假设信道为准静态衰落信道, 并且在每一个传输块中其衰落系数都固定不变. 另外, 假设 ET 到 S 具有完美的信道状态信息 (CSI, channel state information), 每个时隙的持续时间为 T_c .

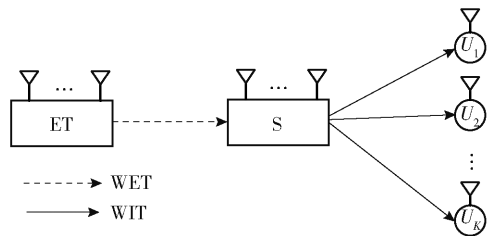


图1 系统模型

1.1 WET 阶段

首先考虑在 ET 处的能量波束成形, 假设在 ET 处一共有 d 个能量波束, $1 \leq d \leq N_{ET}$. ET 处传输的能量信号为 $\mathbf{x} = \sum_{i=1}^d \omega_i s_i$, 其中, $\omega_i \in \mathbb{C}^{M_T \times 1}$ 为第 i 个传输波束成形向量, s_i 为相应的能量信号. 在 ET 处的传输协方差矩阵为

$$\mathbf{S} = E(\mathbf{x}\mathbf{x}^H) = \sum_{i=1}^d \omega_i \omega_i^H \geq 0 \quad (1)$$

源节点 S 捕获的能量为

$$Q = \eta LE(\|\mathbf{H}\mathbf{x}\|^2) = \eta L \text{tr}(\mathbf{G}\mathbf{S}) \quad (2)$$

其中: η 为能量捕获效率; L 为块长度; \mathbf{H} 为 ET 到 S

之间的 MIMO 信道矩阵, $\mathbf{G} \triangleq \mathbf{H}^H \mathbf{H}$.

由文献[1]得知, 设一个连续时间信号的近似持续时间为 t , 近似带宽为 B , 则数据包长度为: $L \approx Bt$. 因此, $L \approx BmT_c$. 式(2)可以写为

$$Q \approx \eta BmT_c \text{tr}(\mathbf{GS}) \quad (3)$$

其中: $\mathbf{S} \geq \mathbf{0}$, $\text{tr}(\mathbf{S}) \leq P$. Xu 等^[9]通过优化的方法得到式(3)的最大值 $Q^* = \eta BmT_c P \lambda_1$. λ_1 为矩阵 \mathbf{G} 的最大特征值, 即 $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{M_{\text{ET}}} \geq 0$.

1.2 WIT 阶段

源节点 S 利用捕获的能量与 K 个用户进行信息传输. 此阶段采用迫零波束成形方案. K 个用户同时与 S 进行通信, 数据包长度为 M , $M \approx BnT_c$, 功率分配系数为 β_k . P_s 为源节点 S 的传输功率, 有

$$P_s = \frac{Q}{nT_c} = \frac{\eta Bm \text{tr}(\mathbf{GS})}{n} \quad (4)$$

最大传输功率为

$$P_s^* = \frac{Q^*}{nT_c} = \frac{\eta Bm P \lambda_1}{n} \quad (5)$$

用户 k 的接收信号为

$$y_k = \sqrt{P_s} \mathbf{W} \mathbf{h}_k + n_k \quad (6)$$

其中: $\mathbf{h}_k \sim \text{CN}(\mathbf{0}_N, \mathbf{\Omega}_k \mathbf{I}_N)$, $k = 1, 2, \dots, K$ 为 S 与 U_k 之间的 $N \times 1$ 信道矢量; $\mathbf{\Omega}_k$ 为 S 与 U_k 的平均信道功率增益; x_k 为源节点 S 给用户 k 传输的信息; $n_k \sim \text{CN}(0, \sigma_k^2)$ 为加性高斯白噪声; $\mathbf{W} = \sum_{k=1}^K \sqrt{\beta_k} x_k \mathbf{v}_k$ 为 S 的 $1 \times N$ 预编码矩阵; \mathbf{v}_k , $k = 1, 2, \dots, K$ 为信息 x_k 的一个 $1 \times N$ 波束成形矢量; $\|\mathbf{v}_k\| = 1$; β_k 为 x_k 的

功率分配系数, $\sum_{k=1}^K \beta_k = 1$. 由文献[5]得到 U_k 的信噪比 (SNR, signal-to-noise ratio) 为

$$\gamma_k = \frac{P_s \beta_k |\mathbf{h}_k^H \mathbf{\Theta}_k \mathbf{h}_k|}{\sigma_k^2} \quad (7)$$

其中: $\mathbf{\Theta}_k = \mathbf{I}_N - \mathbf{H}_k (\mathbf{H}_k^H \mathbf{H}_k)^{-1} \mathbf{H}_k^H$; $\mathbf{H}_k = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_K]$.

1.3 性能分析

源节点 S 以固定的速率 r 进行信息传输, 系统的性能主要由块错误概率和时延来描述. 假设 v_k 是 S 为用户 k 传输的信息比特数, 则传输速率为 $r_k = v_k/M$.

类似文献[5]的时延定义, 假设从 WET 阶段到 WIT 阶段完成整个过程中, 系统的时延为 δ , δ^* 为满足给定错误概率的最小时延.

$$\delta = (m + n) T_c \quad (8)$$

对于系统总块错误概率, 首先要求出用户 k 错误概率的近似表达式. 假设 ε_k 为用户 k 的错误概率, 当 $n > 100$ 时, 在准静态衰落信道中, ε_k 可以近似为

$$\varepsilon_k \approx E \left\{ Q \left[\frac{C(\gamma_k) - r_k}{\sqrt{V(\gamma_k)/M}} \right] \right\} \quad (9)$$

其中: $C(\gamma_k) = \text{lb}(1 + \gamma_k)$ 为由香农定理得到的信道容量; $V(\gamma_k) = [1 - 1/(1 + \gamma_k)^2] (\text{lbe})^2$ 为信道散度; $Q(x) = \int_x^\infty (1/\sqrt{2\pi}) e^{-t^2/2} dt$ 为高斯函数; $E\{\cdot\}$ 为均值. 由于高斯函数极为复杂, 求解较难, 所以从高斯函数的近似形式着手, 可求得 ε_k 的闭合表达式. 通过文献[10]得到高斯函数近似为

$$Q \left(\frac{C(\gamma_k) - r_k}{\sqrt{V(\gamma_k)/M}} \right) \approx \Omega(\gamma_k) = \begin{cases} 1, & \gamma_k \leq \zeta_k \\ \frac{1}{2} - v_k \sqrt{M}(\gamma_k - \theta_k), & \xi_k \leq \gamma_k \leq \zeta_k \\ 0, & \gamma_k \geq \xi_k \end{cases} \quad (10)$$

其中: $\zeta_k = \theta_k - 1/(2v_k \sqrt{M})$, $\xi_k = \theta_k + 1/(2v_k \sqrt{M})$, $v_k = 1/(2\pi \sqrt{2^{2r_k} - 1})$, $\theta_k = 2^{r_k} - 1$.

式(7)已经得出 U_k 的 SNR, 通过文献[11]得到用户 k SNR 的累积分布函数 (CDF, cumulative distribution function)

$$F_{\gamma_k}(x) = 1 - \sum_{i=0}^{N-K} \frac{\left(\frac{\sigma_k^2}{P_s \beta_k \Omega_k} x \right)^i}{i!} \exp \left(- \frac{\sigma_k^2}{P_s \beta_k \Omega_k} x \right) \quad (11)$$

因此, 其概率密度函数 (PDF, probability density function) 为

$$f_{\gamma_k}(x) = \sum_{i=0}^{N-K} \frac{\psi^{i+1} x^i}{i!} \exp(-\psi x) - \sum_{i=1}^{N-K} \frac{\psi^i x^{i-1}}{(i-1)!} \exp(-\psi x) \quad (12)$$

其中 $\psi = \sigma_k^2 / P_s \beta_k \Omega_k$. 因此, 式(9)可以表示为

$$\varepsilon_k = \int_0^\infty f_{\gamma_k}(x) Q \left(\frac{C(x) - r_k}{\sqrt{V(x)/M}} \right) dx \quad (13)$$

把式(9)代入式(13)中, 得

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &\approx \int_0^\infty f_{\gamma_k}(x) \Omega(\gamma_k) dx = \\ &\int_0^{\xi_k} f_{\gamma_k}(x) dx + \omega_1 \int_{\xi_k}^{\zeta_k} f_{\gamma_k}(x) dx - \\ &\omega_2 \int_{\zeta_k}^{\xi_k} x f_{\gamma_k}(x) dx \end{aligned} \quad (14)$$

其中: $\omega_1 = 1/2 + \nu_k \sqrt{M\theta_k}$, $\omega_2 = \nu_k \sqrt{M}$.

为进一步推导,首先要计算 $\int x^n \exp(-\mu x) dx$.

通过文献[12]中式(3.351.1)知

$$\int_0^u x^n \exp(-\mu x) dx = \mu^{-n-1} \Gamma(n+1, \mu u)$$

其中 $\Gamma(\cdot, \cdot)$ 为低阶不完全 Gamma 函数. 因此

$$\begin{aligned} & \int_{u_1}^{u_2} x^n \exp(-\mu x) dx = \\ & \int_0^{u_2} x^n \exp(-\mu x) dx - \int_0^{u_1} x^n \exp(-\mu x) dx = \\ & \mu^{-n-1} [\Gamma(n+1, \mu u_2) - \Gamma(n+1, \mu u_1)] \quad (15) \end{aligned}$$

然后把用户 k SNR 的 PDF 和以上关于 $\int x^n \exp(-\mu x) dx$ 的计算代入式(14)中进行化简整理,得到用户 k 的块错误概率近似表达式,有

$$\begin{aligned} \varepsilon_k & \approx \sum_{i=0}^{N-K} \frac{\Gamma(i+1, \psi \xi_k)}{i!} - \sum_{i=1}^{N-K} \frac{\Gamma(i, \psi \xi_k)}{(i-1)!} + \\ & \omega_1 \sum_{i=0}^{N-K} \frac{\Gamma(i+1, \psi \xi_k) - \Gamma(i+1, \psi \xi_k)}{i!} - \\ & \omega_1 \sum_{i=1}^{N-K} \frac{\Gamma(i, \psi \xi_k) - \Gamma(i, \psi \xi_k)}{(i-1)!} - \\ & \omega_2 \psi^{-1} \sum_{i=0}^{N-K} \frac{\Gamma(i+2, \psi \xi_k) - \Gamma(i+2, \psi \xi_k)}{i!} + \\ & \omega_2 \psi^{-1} \sum_{i=1}^{N-K} \frac{\Gamma(i+1, \psi \xi_k) - \Gamma(i+1, \psi \xi_k)}{(i-1)!} \quad (16) \end{aligned}$$

2 总块错误概率最小化

2.1 问题公式化与分析

基于每个用户的块错误概率,利用文献[13]中基于 BCD 和 CCCP 的迭代算法,对 WET 阶段中的时隙数和 WIT 阶段中的功率分配系数因子进行联合优化,实现总块错误概率的最小化. 优化问题可以表示为

$$(P1): \min_{m, \beta_k \geq 0, k=1,2,\dots,K} \varepsilon_0 = \sum_{k=1}^K \varepsilon_k \quad (17a)$$

$$\text{s. t. } \sum_{k=1}^K \beta_k = 1 \quad (17b)$$

$$n \geq 100 \quad (17c)$$

$$0 < d \leq \delta_{\max} \quad (17d)$$

式(17b)为功率分配系数的约束,式(17c)是由于式(9)仅在 n 大于 100 时才成立,式(17d)指定了最大的时延约束. 由式(8)可以看出,时延 δ 直接受 WET 和 WIT 阶段的时隙数影响. 因此,约束条件式(17d)可以写为 $0 < m + n \leq s$, s 为 WET 和 WIT 阶段

最大的总时隙数. 优化问题(P1)重新表示为

$$\begin{aligned} (P2): \min_{m, \beta_k \geq 0, k=1,2,\dots,K} \varepsilon_0 & = \sum_{k=1}^K \varepsilon_k \\ \text{s. t. } \sum_{k=1}^K \beta_k & = 1 \\ n & \geq 100 \\ 0 < m + n & \leq s \end{aligned} \quad (18)$$

(P2)是一个非凸问题,获得全局最优解时较为复杂. 为了有效地解决问题(P2),采用 BCD 算法得到局部最优解,再通过迭代算法获得全局最优解. 首先,把问题(P2)分为 2 个子问题:

$$\begin{aligned} (P2-a): \min_m \varepsilon_0 & = \sum_{k=1}^K \varepsilon_k \\ \text{s. t. } n & \geq 100 \\ 0 < m + n & \leq s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (P2-b): \min_{\beta_k \geq 0, k=1,2,\dots,K} \varepsilon_0 & = \sum_{k=1}^K \varepsilon_k \\ \text{s. t. } \sum_{k=1}^K \beta_k & = 1 \end{aligned}$$

其中(P2-a)是给定 β_k 的 m 的优化子问题,需要在同时满足 WIT 阶段时隙数 n 和最大时延 s 的约束条件下,求得最优时隙数 m ; (P2-b)是给定 m 的 β_k 的优化子问题,在所有用户块长度都为 M 的条件下,进行合理的功率分配,使总块错误概率最小化. 然后,迭代求解(P2-a)和(P2-b).

在第 1 次迭代中,初始化 $\beta_k = \beta_k^{(1)}$,求解(P2-a),并获得最优解 m ,作为 $m^{(1)}$. 然后,令 $m = m^{(1)}$,求解(P2-b)并获得局部最优解 β_k ,作为 $\beta_k^{(1)}$.

在第 t ($t > 1$) 次迭代中,通过采用 $\beta_k = \beta_k^{(t-1)}$,求解(P2-a),并将最优 m 更新为 $m^{(t)}$; 然后,通过采用 $m = m^{(t)}$,求解(P2-b),并将 β_k 更新为 $\beta_k^{(t)}$. 当 ε_0 收敛时,迭代停止.

2.2 (P2-a)的优化

通过式(5)和 $\psi = \sigma_k^2 / (P_s \beta_k \Omega_k)$,得到 ψ 关于 m 的关系式,即 $\psi = \sigma_k^2 n / (\eta B P \lambda_1 \beta_k \Omega_k m)$. 对 ε_k 求 m 的二阶导函数,得

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_k}{\partial m^2} = \frac{\partial^2 \varepsilon_k}{\partial \psi^2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial m} \right)^2 + \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \psi} \frac{\partial^2 \psi}{\partial m^2} \quad (19)$$

其中: $\frac{\partial \psi}{\partial m} = -\frac{\sigma_k^2 n}{\eta B P \lambda_1 \beta_k \Omega_k} m^{-2}$, 且 $\left(\frac{\partial \psi}{\partial m} \right)^2 > 0$, $\frac{\partial^2 \psi}{\partial m^2} = \frac{2\sigma_k^2 n}{\eta B P \lambda_1 \beta_k \Omega_k} m^{-3} > 0$. 通过计算可知 $\omega_2 \xi_k = \omega_1$, $\omega_2 \xi_k = \omega_1 - 1$, 因此

$$\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \psi} = \frac{\omega_2 \psi^{-2} [\Gamma(N-K+2, \psi \xi_k) - \Gamma(N-K+2, \psi \zeta_k)]}{(N-K)!} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_k}{\partial^2 \psi} = & -\frac{\xi_k^{N-K+1} \psi^{N-K-1} e^{-\psi \xi_k}}{(N-K)!} + \\ & \frac{\omega_2 \xi_k^{N-K+1} \psi^{N-K-1} e^{-\psi \xi_k}}{(N-K)!} + (-2)(N-K+1) \times \\ & \omega_2 \psi^{-3} [\Gamma(N-K+2, \psi \xi_k) - \Gamma(N-K+2, \psi \zeta_k)] \end{aligned} \quad (21)$$

由 $\Gamma(N-K+2, \psi \xi_k) - \Gamma(N-K+2, \psi \zeta_k) > 0$, ω_2, ψ , $\xi_k, \zeta_k > 0$, 可得 $\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \psi} > 0$, $\frac{\partial^2 \varepsilon_k}{\partial \psi^2} < 0$. 进而可知 $\frac{\partial^2 \varepsilon_k}{\partial m^2} < 0$, 即 ε_k 是关于 m 的一个凹函数, 进而 ε_0 也是关于 m 的一个凹函数. 约束条件式 (17c) 和式 (18) 是一个仿射集. 因此, (P2-a) 是一个凸优化问题, 可以采用拉格朗日对偶算法对问题 (P2-a) 进行求解. 首先, 构造拉格朗日函数 $L(m, \beta_k, \lambda) = \varepsilon_k + \lambda(s - n - m)$, 其中 λ 为对偶因子. 根据阶优化 (KKT, karush-kuhn-tucker) 条件^[14], 最优解需要满足

$$\frac{\partial L(m, \beta_k, \lambda)}{\partial m} = \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial m} - \lambda = 0 \quad (22a)$$

$$\lambda(s - n - m) = 0 \quad (22b)$$

其中

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial m} = \frac{\partial \varepsilon_k \partial \psi}{\partial \psi \partial m} = & -\frac{\omega_2 \eta B P \lambda_1 \beta_k \Omega_k}{\sigma_k^2 n} \times \\ & \frac{[\Gamma(N-K+2, \psi \xi_k) - \Gamma(N-K+2, \psi \zeta_k)]}{(N-K)!} \end{aligned} \quad (23)$$

通过式 (22a) 得到 $\lambda = \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial m}$. $\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial m}$ 是关于 m 的一

个减函数, 并且 $m > 0$. 令 $g(m) = \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial m}$, 因此 $g(m)$ 也是一个减函数, 即 $g(0) \geq g(m) \geq g(s-n)$. 通过计算发现, $g(m) \leq 0$, 但是 $\lambda \geq 0$. 因此, 只有当 $g(m) = 0$ 时, 式 (22a)、式 (22b) 成立. 但是, 通过 $g(m) \leq 0$ 可知 $\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial m} \leq 0$, 则 ε_k 是关于 m 的一个减函数. 又因为 $0 < m \leq s-n$, 所以, 最优解为

$$m^* = s - n \quad (24)$$

2.3 (P2-b) 的优化

(P2-b) 是一个非凸优化问题, 通过 CCCP 算法^[15], 可以近似迭代的方式解决. CCCP 算法的基本思想是通过迭代的方式将原问题近似为具有一阶泰勒级数展开的凸问题, 并求解近似凸问题, 直

到收敛.

首先, 令 β_0 为初始值, $\beta_i = [\beta_{i,1}, \beta_{i,2}, \dots, \beta_{i,K}]^T$ ($i \geq 1$) 为第 i 次迭代的最优值; 然后, 在第 i 次迭代时, ε_k 的一阶泰勒级数展开可以表示为

$$\begin{aligned} \varepsilon_k(\beta_{i,k}) = & \varepsilon_k(\beta_{i-1,k}) + \nabla[\varepsilon_k(\beta_{i-1,k})](\beta_{i,k} - \beta_{i-1,k}) + \\ & \frac{1}{2} \nabla^2[\varepsilon_k(\beta_{f,k})](\beta_{i,k} - \beta_{i-1,k})^2 \leq \\ & \varepsilon_k(\beta_{i-1,k}) + \nabla[\varepsilon_k(\beta_{i-1,k})](\beta_{i,k} - \beta_{i-1,k}) \triangleq \\ & \varepsilon_k(\beta_{i,k}; \beta_{i-1,k}) \end{aligned} \quad (25)$$

其中: $\beta_{f,k}$ 表示 $\beta_{i-1,k}$ 和 $\beta_{i,k}$ 之间的一个数; $\nabla[\varepsilon_k(\beta_{i-1,k})]$ 为 $\beta_k = \beta_{i-1,k}$ 时 $\varepsilon_k(\beta_k)$ 的梯度; $\nabla[\varepsilon_k(\beta_{i-1,k})] = \frac{\partial \varepsilon_k(\beta_k)}{\partial \beta_k} \Big|_{\beta_k = \beta_{i-1,k}}$; $\nabla^2[\varepsilon_k(\beta_{f,k})]$ 为 $\beta_k = \beta_{f,k}$ 时 $\varepsilon_k(\beta_k)$ 的二阶偏导数, $\nabla^2[\varepsilon_k(\beta_{f,k})] \leq 0$.

通过式 (25) 得到 ε_0 的上界:

$$\varepsilon_0(m, \beta) \leq \sum_{k=1}^K \varepsilon_k(\beta_{i,k}; \beta_{i-1,k}) \triangleq \varepsilon_{hb}(m, \beta; \beta_{i-1}) \quad (26)$$

进而, 通过优化 β , 使上界函数 $\varepsilon_{hb}(m, \beta; \beta_{i-1})$ 最小化, 代替了最小化 $\varepsilon_0(m, \beta)$. 最小化上界函数 $\varepsilon_{hb}(m, \beta; \beta_{i-1})$ 可以表示为

$$(P2-c): \min_{\beta_k \geq 0, k=1,2,\dots,K} \varepsilon_{hb}(m, \beta; \beta_{i-1}) \text{ s. t. } (17b)$$

$\varepsilon_0(m, \beta; \beta_{i-1})$ 也是一个凹函数, 同时, 约束条件 (17b) 是一个仿射集. 因此, (P2-c) 是一个凸优化问题.

在使系统的总块错误概率最小化时, 需要在每个用户满足各自可靠性需求的前提下, 对功率分配系数进行优化. γ_{\min}^k 为用户 k 所需的最小 SNR, 因此, 每个用户的 SNR 需要满足

$$\gamma_k \geq \gamma_{\min}^k, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (27)$$

根据式 (7), 上面的约束条件可以转换为

$$\beta_k \geq \frac{\gamma_{\min}^k \sigma_k^2}{P_S \left| h_k^\dagger \prod_k h_k \right|} \quad (28)$$

因此, 优化问题 (P2-c) 可以重新表示为

$$(P2-d): \min_{\beta_k \geq 0, k=1,2,\dots,K} \varepsilon_0(m, \beta; \beta_{i-1}) \text{ s. t. } (17b), (28)$$

$\varepsilon_0(m, \beta; \beta_{i-1})$ 的最小化即等同于 $\varepsilon_k(\beta_{i,k}; \beta_{i-1,k})$ 的最小化.

通过计算得 $\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \beta_k} < 0$, 因此, ε_k 是关于 β_k 的一个减函数. $\varepsilon_k(\beta_{i,k}; \beta_{i-1,k})$ 与 ε_k 具有相同的单调性, $\varepsilon_k(\beta_{i,k}; \beta_{i-1,k})$ 也是关于 β_k 的一个减函数. 为此, $\varepsilon_k(\beta_{i,k}; \beta_{i-1,k})$ 的最小化就等同于寻找 β_k 的最小值.

通过拉格朗日对偶算法对问题(P2-d)进行求解. 首先, 构造拉格朗日函数 $L(m, \beta_k, \lambda) = \varepsilon_k + \alpha \left(\beta_k - \frac{\gamma_{\min}^k \sigma_k^2}{P_S \left| \mathbf{h}_k^\dagger \prod_k \mathbf{h}_k \right|} \right) + \chi \left(1 - \sum_{k=1}^K \beta_k \right)$, 其中 α 、 χ 为拉格朗日乘子. 根据 KKT 条件, 最优解需要满足

$$\frac{\partial L(m, \beta_k, \lambda)}{\partial \beta_k} = \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \beta_k} + \alpha - \chi = 0 \quad (29)$$

$$\alpha \left(\beta_k - \frac{\gamma_{\min}^k \sigma_k^2}{P_S \left| \mathbf{h}_k^\dagger \prod_k \mathbf{h}_k \right|} \right) = 0 \quad (30)$$

$$\alpha \geq 0 \quad (31)$$

$$\chi \left(1 - \sum_{k=1}^K \beta_k \right) = 0 \quad (32)$$

$$\chi \geq 0 \quad (33)$$

类似于式(29)、式(30)和式(32)的推导, 可以证明, 为了导出问题(P2-d)的最优解, 约束式(28)应该是等式. 基于此, 可以得到 β_k 的闭型表达式为

$$\beta_k = \frac{\gamma_{\min}^k \sigma_k^2}{P_S \left| \mathbf{h}_k^\dagger \prod_k \mathbf{h}_k \right|} \quad (34)$$

最后问题(P2-d)的最优解为

$$\beta_k = \begin{cases} \frac{\gamma_{\min}^k \sigma_k^2}{P_S \left| \mathbf{h}_k^\dagger \prod_k \mathbf{h}_k \right|}, & 1 \leq k \leq K-1 \\ 1 - \sum_{i=1}^{K-1} \beta_i, & k = K \end{cases} \quad (35)$$

2.4 联合优化的迭代算法

算法1为解决问题(P1)的具体过程, 步骤5~7是解决问题(P2-b)的迭代过程, 步骤2~9是解决问题(P2-a)的迭代过程.

算法1 优化问题(P1)的迭代算法

- 1 初始化 $\beta = \beta^{(0)}$, $t = 1$.
- 2 repeat
- 3 设置 $\beta = \beta^{(t-1)}$, 利用式(24)计算 $m^{(t)}$.
- 4 设置 $m = m^{(0)}$, $\beta_0 = \beta^{(t-1)}$, $i = 1$.
- 5 repeat
- 6 给定 β_i , 利用式(33)计算 β_{i+1} , 并且 $i \leftarrow i + 1$.
- 7 until β 收敛.
- 8 $\beta^{(t)} = \beta_{i^*}$, 并且 $t \leftarrow t + 1$.
- 9 until

$\Gamma = |\varepsilon_0(m^{(t)}, \beta^{(t)}) - \varepsilon_0(m^{(t-1)}, \beta^{(t-1)})| / \varepsilon_0(m^{(t)}, \beta^{(t)})$ 收敛.

为了保证算法1的收敛性, 在这一部分需要证明 $\varepsilon_0(m^{(t+1)}, \beta^{(t+1)}) \leq \varepsilon_0(m^{(t)}, \beta^{(t)})$. 在BCD算法的每次迭代中都存在CCCP算法, 因此将首先证明CCCP算法在BCD算法第 t 次迭代中的收敛. 令 β_{i+1} 为CCCP算法第 $i+1$ 次迭代时, 问题(P2-b)的最优解, 可以得到

$$\varepsilon_{hb}(m^{(t)}, \beta_{i+1}; \beta_i) = \left\{ \min_{\beta_k \geq 0, k=1,2,\dots,K} \varepsilon_{hb}(m^{(t)}, \beta; \beta_{i-1}) \right\} \leq \varepsilon_{hb}(m^{(t)}, \beta_i; \beta_i) \quad (36)$$

由于 $\varepsilon_{hb}(m, \beta; \beta_{i-1})$ 是 $\varepsilon_0(m, \beta)$ 的上界, 所以 $\varepsilon_{hb}(m^{(t)}, \beta_i; \beta_i) = \varepsilon_0(m^{(t)}, \beta_i) \leq \varepsilon_{hb}(m^{(t)}, \beta_i; \beta_{i-1})$ (37)

通过式(24)和式(25)可以得到

$$\varepsilon_{hb}(m^{(t)}, \beta_{i+1}; \beta_i) \leq \varepsilon_{hb}(m^{(t)}, \beta_i; \beta_{i-1}) \quad (38)$$

保证了在BCD算法的每次迭代中CCCP算法的收敛.

接下来证明BCD算法的收敛性. 令 m_{i+1} 为CCCP算法第 $i+1$ 次迭代时, 问题(P2-a)的最优解. 因此, 可以得到

$$\varepsilon_0(m^{(t+1)}, \beta^{(t)}) = \left\{ \min_m \varepsilon_0(m, \beta^{(t)}) \right\} \leq \varepsilon_0(m^{(t)}, \beta^{(t)}) \quad (39)$$

通过式(24)~式(27)可以得到 $\varepsilon_0(m^{(t+1)}, \beta^{(t+1)}) \leq \varepsilon_0(m^{(t)}, \beta^{(t)})$, 即证明了算法1的收敛性.

3 仿真结果

为了描述路径衰落的影响, 信道衰落模型为 $\Omega_k = 10^{-3} / (1 + d_k^\omega)$, 其中 Ω_k 为源节点S到用户 k 之间的平均信道功率增益, d_k 为源节点S到用户 k 之间的距离, ω 为路径损耗系数. 假设ET-S的距离设定为12 m, 带宽为1 MHz, 每个时隙的持续时间 $T_c = 1 \mu s$. 在WET阶段, 能量发射器ET的发射功率 $P_{ET} = 30$ dBm. 能量捕获效率 $\eta = 0.5$, 路径衰落因子 $\omega_1 = 2$. 在WIT阶段, 总用户数 $K = 3$, 路径损耗系数 $\omega_2 = 3$, 噪声功率 $\sigma_k^2 = -80$ dBm, 源节点S与每个用户传输的信息量分别为 $v_1 = 600$, $v_2 = 800$, $v_3 = 1000$, 传输距离 $d_1 = 100$, $d_2 = 80$, $d_3 = 130$.

图2所示为源节点S的传输功率 P_S 与WET阶段的时隙数 m 的关系. 可以看出, P_S 除了受时隙数 m 的影响外, 还会受到发射天线 N_{ET} 和接收天线 N 的影响. 在相同时隙下, 传输功率随着天线数量的增加而增大, 同时也发现, 当发射天线 N_{ET} 和接收天

线 N 的数值进行互换时, 两条区间几乎重合, 说明 RF 信号收发端的天线数对 P_s 具有相同的影响。

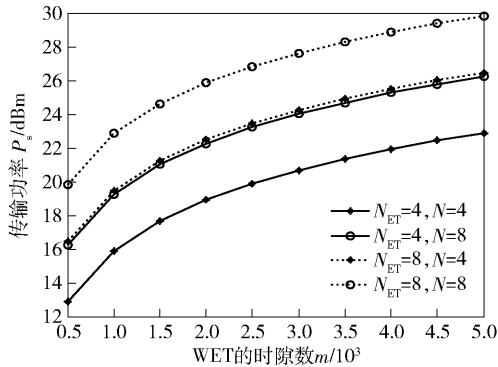


图 2 传输功率 P_s 与 WET 时隙数 m 的关系

图 3 所示为不同传输功率 P_s 所对应的块错误概率 ε_k 。其中, 功率分配系数 $\beta_k = 1/3, \forall k$, 传输距离 $d_k = 100$, 传输的信息量 $v = 600$ bit。可以发现, 随着源节点传输功率 P_s 的增大, 用户 k 的块错误概率 ε_k 越小。同时, 发现源节点 S 的天线数量 N 和数据包的长度 M 都会影响到 ε_k 。当传输功率 P_s 、数据包长度 M 一定时, 天线数量 N 越多, 块错误概率 ε_k 越小; 当传输功率 P_s 、天线数量 N 一定时, 数据包长度 M 越长, 块错误概率 ε_k 越小。因此, 可以通过增加传输功率 P_s 、天线数量 N 和数据包长度 M 来减少块错误概率 ε_k , 提高系统的可靠性。

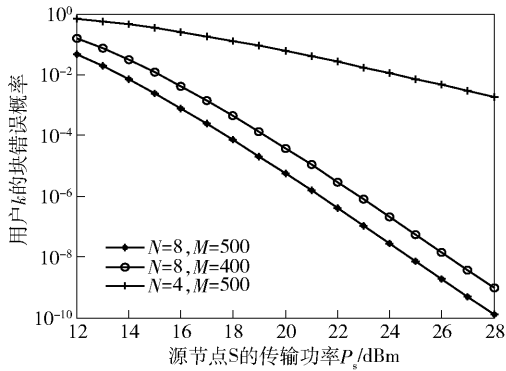


图 3 用户 k 的块错误概率与传输功率 P_s 的关系

图 4 所示为用户 k 的错误概率 ε_k 与 WIT 时隙数 n 的关系。从仿真图中发现, 刚开始随着时隙数 n 的增大, 用户 k 的错误概率 ε_k 急剧减少, 但是当 $n \geq 1000$ 时, 随着 n 的增大, ε_k 的变化速率越来越缓慢。从仿真图中还发现, 源节点 S 的天线数相比 ET 的天线数对用户的块错误概率影响较大, 在 ET 天线数一定时, 增加 S 端的天线数量, 用户的块错误概率显著减小。

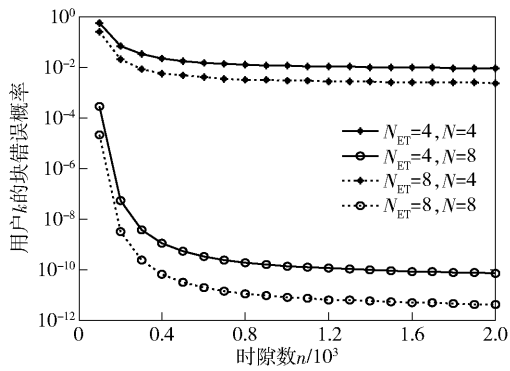


图 4 用户 k 的块错误概率与时隙数 n 的关系

从图 4 中发现, WIT 时隙数 n 为 1 000 时, 信息传输的可靠性较好。因此, 令 $n = 1000$, 其他参数保持不变。图 5 所示为总块错误概率 ε_0 与 WEI 和 WIT 阶段总时隙数 s 的关系。从图 5 中可以明确的观察到, 随着总时隙数 s 的增加, 总块错误概率不断减小, 这意味着系统的时延越大, 错误概率越小, 信息传输的可靠性越高。在时延一定时, 可以通过增加 WIT 阶段的时隙数, 来增加数据包的长度, 降低用户的块错误概率, 进而提高系统的可靠性。可以根据实际情况的需求, 使系统的时延和可靠性进行权衡, 得到最佳状态。同时, 通过仿真图发现, 在对系统整体进行分析时, 源节点的天线数量对系统的可靠性影响比较大, 这与图 2、图 4 对天线数量的分析结果一致。因此, 可以通过增加源节点的天线数量来减少系统的块错误概率, 提高系统的可靠性。

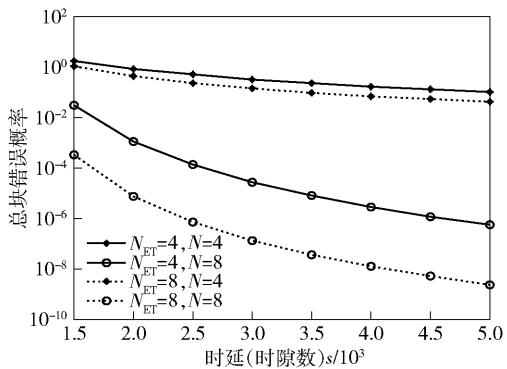


图 5 总块错误概率与总时隙数 s 的关系

4 结束语

研究了短包通信场景下多用户无线能量传输系统的块错误概率。推导出每个用户块错误率的近似闭合形式表达式, 并验证了其准确性。根据闭合表达式, 分析影响块错误概率的因素, 得到可以通过优

化发射天线数量、数据包长度以及发射功率提高用户的块错误概率,同时也可以优化系统的功率分配系数,提高系统的块错误概率。此外,通过仿真验证了块错误概率和时延的关系。结果表明,可靠性越严格,需要 WET 的时隙数越多,进而延迟越高。同时发现,当时延一定时,可以通过增加数据包长度减少系统的块错误概率,为系统的时延和可靠性的权衡提供了理论依据。

参考文献:

- [1] Durisi G, Koch T, Popovski P. Toward massive, ultrareliable, and low-latency wireless communication with short packets[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2016, 104(9): 1711-1726.
- [2] Devassy R, Durisi G, Popovski P, et al. Finite-block length analysis of the ARQ-protocol throughput over the gaussian collision channel[C]//*International Symposium on Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP)*. Athens: IEEE Press, 2014: 173-177.
- [3] Khan T A, Heath R W, Popovski P. Wirelessly powered communication networks with short packets[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2017, 65(12): 5529-5543.
- [4] Lopez O L A, Fernandez E M G, Souza R D, et al. Wireless powered communications with finite battery and finite blocklength[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2018, 66(4): 1803-1816.
- [5] Lopez O L A, Alves H, Souza R D, et al. Ultra-reliable short-packet communications with wireless energy transfer[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2018, 18(5): 2161-2177.
- [6] Yang Wei, Durisi G, Koch T, et al. Quasi-static multiple-antenna fading channels at finite blocklength[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2014, 60(7): 4232-4265.
- [7] Gu Yifan, Chen He, Li Yonghui, et al. Multiuser MIMO short-packet communications: time-sharing or zero-forcing beamforming? [C]// *International Conference on Communications (ICC)*. Kansas City: IEEE Press, 2018: 1-6.
- [8] Hu Yulin, Serró M, Wehrle K, et al. Finite blocklength performance of cooperative multi-terminal wireless industrial networks[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(7): 5778-5792.
- [9] Xu Jie, Zhang Rui. A general design framework for MIMO wireless energy transfer with limited feedback[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(10): 2475-2488.
- [10] Makki B, Svensson T, Zorzi M. Finite block-length analysis of the incremental redundancy HARQ[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2014, 3(5): 529-532.
- [11] Zhu Guangxu, Zhong Caijun, Suraweera H A, et al. Outage probability of dual-hop multiple antenna AF systems with linear processing in the presence of co-channel interference[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2014, 13(4): 2308-2321.
- [12] Gradshteyn I S, Ryzhik I M. Table of integrals, series and products[J]. *Mathematics of Computation*, 2007, 20(96): 1157-1160.
- [13] Chen Jie, Zhang Lin, Liang Yingchang, et al. Resource allocation for wireless-powered IoT networks with short packet communication[J]. *IEEE Transactions Wireless Communications*, 2019, 18(2): 1447-1461.
- [14] Boyd S, Vandenberghe L. Convex optimization[M]. New York: Cambridge University Press, 2004.
- [15] Bharath K, Sriperumbudur, Gert R G. Lanckriet. On the convergence of the concave-convex procedure[C]// *International Conference on Neural Information Processing Systems*. [S. l.]: Curran Associates Inc, 2009: 1759-1767.