

文章编号:1007-5321(2019)03-0007-07

DOI:10.13190/j.jbupt.2018-157

GFDM 系统低复杂度最小均方误差接收机解调算法

黄翔东, 王惠杰, 黎鸣诗, 曹月彬

(天津大学 电气自动化与信息工程学院, 天津 300072)

摘要: 针对广义频分复用(GFDM)在频率选择性信道下的最小均方误差(MMSE)接收机计算复杂度过高的问题,提出了一种基于矩阵解构的低复杂度 GFDM 系统的 MMSE 接收机解调算法. 该方法对涉及的大尺寸矩阵做分块处理,发掘了矩阵的特殊性质(稀疏性、准三对角性和块对称性等),进而将一系列大矩阵的相乘和求逆运算转化为相应子块间的相乘和求逆,从而使得其耗费的复数乘法次数比原始的 MMSE 接收机解调算法低 2~3 个数量级. 仿真结果表明,所提出的接收机不会导致误比特率性能下降,因而在未来移动通信的解调系统中具有较高的应用价值.

关键词: 广义频分复用; 最小均方误差; 频率选择性信道; 低复杂度

中图分类号: TN919.5

文献标志码: A

Low-Complexity MMSE Demodulation Algorithm for GFDM

HUANG Xiang-dong, WANG Hui-jie, LI Ming-shi, CAO Yue-bin

(School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Aiming at the problem that the computation complexity of the existing minimum mean square error (MMSE) demodulator with generalized frequency division multiplexing (GFDM) over frequency selective channel is relatively high, a matrix deconstruction based low-complexity MMSE GFDM receiver is proposed. By utilization of the particular structures (sparse, quasi-tridiagonal, block-symmetric, etc.) in a series of large-sized matrices involved in the receiver, either of large-sized matrix manipulations (including matrix multiplication and matrix inversion) is partitioned into small-sized matrix manipulations, thereby considerably reducing the computational complexity. Quantitatively speaking, the times of complex multiplications consumed by the proposed MMSE receiver is 2-3 amount levels lower than the original MMSE receiver. Moreover, simulation shows that the proposed receiver does not suffer from any bit-error-rate degradation. Therefore, the proposed MMSE GFDM receiver possesses vast potentials for future 5G demodulation applications.

Key words: generalized frequency division multiplexing; minimum mean square error; frequency selective channel; low-complexity

未来移动通信面临着诸多挑战,如在机器通信(MTC, machine type communication)^[1]、触觉互联网^[2]中,需要实现大数据的迸发式传输,在物联网(the Internet of thing)^[3]和车载通信(V2V, vehicle-

to-vehicle)^[4]中,需要以较低的时延传输信息等. 然而,正交频分复用(OFDM, orthogonal frequency division multiplexing)作为当前无线通信中主流的调制方式,因其存在循环前缀占据时间长、对频偏敏感、

收稿日期: 2018-07-17

基金项目: 青岛海洋科学与技术试点国家实验室开放基金项目(QNLM2016OPR041)

作者简介: 黄翔东(1979—),男,副教授, E-mail: xdhuang@tju.edu.cn.

带外辐射大、子载波利用率不高等缺陷^[5-6],难以适应上述挑战。相比较而言,Fettweis等^[7]提出的广义频分复用(GFDM,generalized frequency division multiplexing)调制技术可以克服OFDM的这些缺陷。作为一种更高效的多载波调制技术,1个GFDM符号允许包含多个子载波和子符号,因而可适应大数据的迸发传输需求;而且在GFDM块中,多个子符号仅需插入一个CP,故省去了OFDM中单个子符号插入CP的时间损耗,减小了延时;另外,GFDM将数字滤波器引入多载波调制中,相比于OFDM大大降低了带外辐射。因此,近年来GFDM已成为国际上较为认可的第5代移动通信系统(5G,the fifth generation of mobile communications)的物理层调制备选方案。

相比于OFDM,GFDM在发送端的调制优势是以增大接收端的解调复杂度为代价的。GFDM的解调方式共有3种^[8-9]:匹配滤波(MF,matched filter)接收、迫零(ZF,zero forcing)接收和最小均方误差(MMSE,minimum mean square error)接收。Michailow等^[10]指出,相比于其他两种方式,MMSE接收机可权衡消除自干扰和抑制噪声2个方面,而且自身就包含了信道均衡和信号解调的过程,因而是实用价值更高的GFDM解调方式。

由于GFDM解调算法中往往包含信道均衡过程,其计算复杂度与信道冲激响应密切相关。然而现有的低复杂度MMSE接收机设计方案(基于Gabor变换的接收机^[11]和两步骤的MMSE接收机^[8])只考虑了最理想的加性高斯白噪声(AWGN,additive white Gaussian noise)信道情况,而无线信道不可避免地会存在多径效应和各类衰落^[12],相比于AWGN,频率选择性信道(FSC,frequency selective channel)^[13]模型更适于反映这些实际情况,因而迫切需要研发出适于FSC信道传输的低复杂度GFDM解调方案。

笔者提出了一种基于矩阵解构的低复杂度MMSE接收机解调算法。通过剖析MMSE接收机理论表达式中各特殊矩阵结构(稀疏、重复、准三对角或块对称),对其涉及的矩阵相乘、求逆等运算做了数学上的等效简化处理,实现了低复杂度的解调设计。数值仿真结果表明,该数学等效性可保证所设计的MMSE接收机相比于原有接收机不会使误比特率(BER,bit error rate)性能下降,其解调的计算复杂度比原始MMSE接收机低2~3个数量级。因

此,笔者提出的解调算法具有较高的应用价值。

1 GFDM系统模型

1.1 发射机模型

对于1个GFDM符号,其时域发送信号为

$$x(n) = \sum_{k=0}^{K-1} x_k(n) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{m=0}^{M-1} d_k(m) g[(n-mK) \bmod N] e^{j\frac{2\pi}{K}kn}, \quad n=0,1,\dots,N-1 \quad (1)$$

其中: K 为子载波数; M 为子符号数; $\mathbf{g}=[g(0),\dots,g(N-1)]^T$ 为原型数字滤波器; $N=KM$ 为输入序列 \mathbf{d} 的长度,序列 \mathbf{d} 可分成 K 个长度为 M 的分段, $\mathbf{d}=[\mathbf{d}_0^T,\mathbf{d}_1^T,\dots,\mathbf{d}_{K-1}^T]$, $\mathbf{d}_k=[d_k(0),\dots,d_k(M-1)]^T$ 。从而,式(1) $\mathbf{x}=[x(0),\dots,x(N-1)]^T$ 的矩阵形式表示为

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{d} \quad (2)$$

其中: \mathbf{A} 为 $KM \times KM$ 的发送矩阵,其结构为

$$\mathbf{A} = [\boldsymbol{\varepsilon}_0 \mathbf{G}, \boldsymbol{\varepsilon}_1 \mathbf{G}, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_{K-1} \mathbf{G}] \quad (3)$$

其中: $\boldsymbol{\varepsilon}_k = \text{diag}[1, e^{j2\pi k/K}, \dots, e^{j2\pi k(N-1)/K}]$ 为与第 k 个子载波对应的 $KM \times KM$ 调制矩阵, \mathbf{G} 为 $KM \times M$ 的滤波矩阵,其结构为

$$\mathbf{G} = [\mathbf{g}_0, \dots, \mathbf{g}_m, \dots, \mathbf{g}_{M-1}] \quad (4)$$

其中: $\mathbf{g}_m=[g_m(0),\dots,g_m(N-1)]^T$ 为原型数字滤波器 \mathbf{g} 做 mK 位的循环移位结果($m=0,\dots,M-1$),即

$$g_m(n) = g[(n-mK) \bmod N], n=0,1,\dots,N-1 \quad (5)$$

1.2 MMSE接收机模型

假定FSC的冲激响应为 $\mathbf{h}=[h_0, h_1, \dots, h_{N_{\text{ch}}-1}]^T$, N_{ch} 为信道长度。Renfors等^[8]指出,发射序列 \mathbf{x} 经过插入循环前缀、信道传输、去除循环前缀后,其接收信号 \mathbf{r} 可描述为

$$\mathbf{r} = \mathbf{x} \circledast \tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{n} \quad (6)$$

其中: \circledast 为循环卷积, $\tilde{\mathbf{h}}$ 为信道冲激响应 \mathbf{h} 补零后长度为 N 的序列, $\mathbf{n} \sim \text{CN}(0, \sigma_n^2)$ 代表方差为 σ_n^2 的高斯白噪声序列。

为了在消除自干扰和抑制噪声之间实现权衡,采用MMSE接收机进行GFDM系统解调。理论上,该接收机的解调信号 $\hat{\mathbf{d}}$ 表达式为^[8]

$$\hat{\mathbf{d}} = [\sigma_n^2 \mathbf{I}_{KM} + (\mathbf{H}\mathbf{A})^H \mathbf{H}\mathbf{A}]^{-1} (\mathbf{H}\mathbf{A})^H \mathbf{r} \quad (7)$$

其中: \mathbf{I}_{KM} 为单位矩阵,信道矩阵 \mathbf{H} 为 $\tilde{\mathbf{h}}$ 按列衍生出的循环矩阵。由于式(7)中包含信道矩阵 \mathbf{H} ,MMSE

接收无需外加信道均衡,这与 MF 接收和 ZF 接收不同。

为导出快速解调算法,不妨把式(7)的 MMSE 解调分解成如下的运算步骤:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{B} &= (\mathbf{H}\mathbf{A})^H \\ \Phi &= \sigma_n^2 \mathbf{I}_{KM} + \mathbf{B}\mathbf{B}^H \\ \Psi &= \Phi^{-1} \\ \hat{\mathbf{q}} &= \mathbf{B}\mathbf{r} \\ \hat{\mathbf{d}} &= \Psi\mathbf{q} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式(8)的计算量主要集中在3个方面:1)计算 \mathbf{B} 矩阵;2)计算 $\mathbf{B}\mathbf{B}^H$ 矩阵;3)计算矩阵 Φ 的逆矩阵。随着子载波数 K 和子符号数 M 的增加,这3方面的乘法计算量均急剧攀升,因而需根本上降低其复杂度。

2 低复杂度的 MMSE 接收机

利用矩阵 \mathbf{H} 、 \mathbf{A} 、 Φ 及其逆矩阵 $\Psi = \Phi^{-1}$ 具有的某些特殊结构(稀疏、重复、准三对角或块对称)来降低接收机的复杂度。

2.1 矩阵 \mathbf{H} 和 \mathbf{A} 的结构

由于式(4)的矩阵 \mathbf{G} 是由原型数字滤波器 g 通过循环移位得到,故式(3)发送矩阵 \mathbf{A} 中第 k 个子载波 $\mathbf{\epsilon}_k \mathbf{G}$ 的所有 M 列元素相同。从而矩阵 $\mathbf{H}\mathbf{A}$ 的 KM 列中,只有 K 列是互相独立的,其余 $KM - K$ 列可以由这 K 列做循环移位得到。此外,由于 \mathbf{H} 是由 $\hat{\mathbf{h}}$ 通过循环移位得到,所以其每一行只有 N_{ch} 个非零值,这意味着计算出矩阵 $\mathbf{H}\mathbf{A}$ 的每个元素只需 N_{ch} 次复数乘法。

故矩阵乘法 $\mathbf{H}\mathbf{A}$ 涉及的计算量可降为其直接实现计算量的 $\frac{N_{\text{ch}}}{KM} \times \frac{1}{M} \times 100\%$ 。

2.2 矩阵 Φ 的结构

因为式(7)中的 $\sigma_n^2 \mathbf{I}_{KM}$ 是一个单元对角阵,所以矩阵 Φ 和矩阵 $(\mathbf{H}\mathbf{A})^H \mathbf{H}\mathbf{A}$ 具有相同的结构。不妨将 $KM \times KM$ 矩阵 Φ 分成 K^2 个子块,如

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{0,0} & \Phi_{0,1} & \cdots & \Phi_{0,K-1} \\ \Phi_{1,0} & \Phi_{1,1} & \cdots & \Phi_{1,K-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \Phi_{K-1,0} & \Phi_{K-1,1} & \cdots & \Phi_{K-1,K-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中 $\Phi_{i,j} (i,j=0,1,\dots,K-1)$ 为 $M \times M$ 的矩阵。

式(3)两边同时左乘信道矩阵 \mathbf{H} ,有

$$\mathbf{H}\mathbf{A} = [\mathbf{H}\mathbf{\epsilon}_0 \mathbf{G}, \mathbf{H}\mathbf{\epsilon}_1 \mathbf{G}, \dots, \mathbf{H}\mathbf{\epsilon}_{K-1} \mathbf{G}] \quad (10)$$

结合式(8)~式(10),可得到

$$\Phi_{i,j} = \begin{cases} (\mathbf{H}\mathbf{\epsilon}_i \mathbf{G})^H \mathbf{H}\mathbf{\epsilon}_j \mathbf{G} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{KM}, & i=j \\ (\mathbf{H}\mathbf{\epsilon}_i \mathbf{G})^H \mathbf{H}\mathbf{\epsilon}_j \mathbf{G}, & i \neq j \end{cases} \quad (11)$$

下面证明矩阵 Φ 的3个关于各分块之间的性质:准三对角矩阵、关于主对角线对称和关于反次对角线共轭对称。

2.2.1 准三对角矩阵

需指出,式(4)矩阵 \mathbf{G} 中的每个 g_m 都是原型数字滤波器 g 的时域循环移位版本,故都具有低通传输特性。此外,对于式(3)中的 $\mathbf{\epsilon}_i \mathbf{G}$ 操作,其调制矩阵 $\mathbf{\epsilon}_i$ 的作用是把该低通传输曲线搬移到相应的频段 $\omega \in [(i-0.5)2\pi/K, (i+0.5)2\pi/K]$,如图1所示。

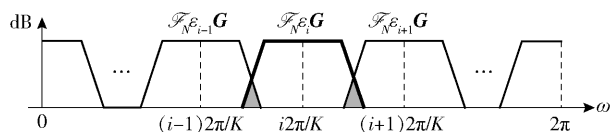


图1 调制后各子载波的频谱分布示意图

图1中,各子载波占有带宽均为 $\Delta\omega = 2\pi/K$,所以 $\mathbf{\epsilon}_i \mathbf{G}$ 的频谱只会与其相邻两侧的频谱($\mathbf{\epsilon}_{i-1} \mathbf{G}$ 和 $\mathbf{\epsilon}_{i+1} \mathbf{G}$)重叠。此外,对于2个不同的子载波 $\mathbf{\epsilon}_i \mathbf{G}$ 和 $\mathbf{\epsilon}_j \mathbf{G}$,如果其间隔大于 $\Delta\omega$ ($|i-j| = 2, 3, \dots, K-2$),相互干扰可忽略,即

$$\Phi_{i,j} = (\mathbf{H}\mathbf{\epsilon}_i \mathbf{G})^H \mathbf{H}\mathbf{\epsilon}_j \mathbf{G} \approx 0 \quad (12)$$

结合式(9)、式(11)和式(12)可推得,矩阵 Φ 中除了3条对角线和矩阵2个角上共 $3K$ 个子块,其余子块均为零矩阵,故称这种矩阵为准三对角矩阵。

2.2.2 关于主对角线对称矩阵

从式(11)可推知,矩阵 Φ 是一个 Hermitian 矩阵,即

$$\Phi_{i,j} = \Phi_{j,i}^H \quad (13)$$

因此,矩阵 Φ 中关于对角线对称的子块满足:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{i,i-1} &= \Phi_{i-1,i}^H, \quad i=1, \dots, K-1 \\ \Phi_{0,K-1} &= \Phi_{K-1,0}^H \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

从而联立式(11)、式(14),有

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{i,i-1} &= \Phi_{i-1,i}, \quad i=1, \dots, K-1 \\ \Phi_{0,K-1} &= \Phi_{K-1,0} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式(15)表明, Φ 是一个关于对角线的块对称矩阵。

2.2.3 关于反次对角线共轭对称矩阵

从调制矩阵的定义 $\mathbf{\epsilon}_k = \text{diag}[1, e^{j2\pi k/K}, \dots, e^{j2\pi k(N-1)/K}]$ 易知

$$\varepsilon_i = \bar{\varepsilon}_{K-i} \quad (16)$$

其中 $\bar{\varepsilon}_{K-i}$ 为 ε_{K-i} 的共轭。

令 j 分别等于 $i, i-1$ 和 $i+1$, 并结合式(16)、式(11)、式(12)有

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{i,i} &= \bar{\Phi}_{K-i,K-i} \\ \Phi_{i,i-1} &= \bar{\Phi}_{K-i,K-(i-1)} = \bar{\Phi}_{K-(i-1),K-i} \\ \Phi_{i,i+1} &= \bar{\Phi}_{K-i,K-(i+1)} = \bar{\Phi}_{K-(i+1),K-i} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

对于矩阵 Φ 位于 2 个角上的子块 $\Phi_{0,K-1}$ 和 $\Phi_{K-1,0}$, 把 $i=K-1$ 和 $j=0$ 代入式(17)中的第 3 个式子, 并结合式(15)可得

$$\Phi_{K-1,0} = \Phi_{0,K-1} = \bar{\Phi}_{0,1} = \bar{\Phi}_{0,1} \quad (18)$$

式(17)、式(18)表明, 矩阵 Φ 关于反次对角线共轭对称。

基于以上 3 个性质, 矩阵 Φ 可表示为

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{0,0} & \Phi_{1,0} & 0 & \cdots & 0 & \bar{\Phi}_{1,0} \\ \Phi_{1,0} & \Phi_{1,1} & \Phi_{2,1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Phi_{2,1} & \Phi_{2,2} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \vdots & \ddots & \ddots & \bar{\Phi}_{2,2} & \bar{\Phi}_{2,1} \\ \bar{\Phi}_{1,0} & 0 & \cdots & 0 & \bar{\Phi}_{2,1} & \bar{\Phi}_{1,1} \end{bmatrix} \quad (19)$$

2.3 逆矩阵 $\Psi = \Phi^{-1}$ 的结构

Charmonman^[14]指出, 当原矩阵是准三对角阵, 其逆矩阵具有与原矩阵相同的对称性。故若把 $KM \times KM$ 逆矩阵 Ψ 同样分成与原矩阵 Φ 类似的 K^2 个 $M \times M$ 的子块, 则 Ψ 也具有关于主对角线和反次对角线的共轭对称性, 从而矩阵 Ψ 的结构可表示为

$$\Psi_{i,j} = \begin{cases} \Psi_{i,j}, & i \geq j, i+j \leq K \\ \Psi_{j,i}, & i < j, i,j \in [0, K-1] \\ \bar{\Psi}_{K-j,K-i}, & i \geq j, i+j > K \end{cases} \quad (20)$$

2.4 矩阵 Φ 高效求逆算法推导

利用 2.2 节所分析的矩阵 Φ 的 3 个性质, 可把 $KM \times KM$ 的矩阵求逆 $\Psi = \Phi^{-1}$ 转化成一系列 $M \times M$ 矩阵的求逆问题, 从而显著降低复杂度。

具体地, 把矩阵 Φ 所有 K 行分别与矩阵 Ψ 的第 j 列 $[\Psi_{0,j}, \Psi_{1,j}, \dots, \Psi_{K-1,j}]^T$ ($j=0, \dots, K-1$) 相乘, 可获得以下 K 个方程组 E_0, \dots, E_{K-1} :

$$E_0 \begin{cases} \Phi_{0,0} \Psi_{0,0} + \Phi_{1,0} \Psi_{1,0} + \Phi_{K-1,0} \Psi_{K-1,0} = I_M \\ \Phi_{1,0} \Psi_{0,0} + \Phi_{1,1} \Psi_{1,0} + \Phi_{2,1} \Psi_{2,0} = 0 \\ \vdots \\ \Phi_{K-1,0} \Psi_{0,0} + \Phi_{K-1,K-2} \Psi_{K-2,0} + \Phi_{K-1,K-1} \Psi_{K-2,0} = 0 \end{cases}$$

$$E_1 \begin{cases} \Phi_{0,0} \Psi_{0,1} + \Phi_{1,0} \Psi_{1,1} + \Phi_{K-1,0} \Psi_{K-1,1} = 0 \\ \Phi_{1,0} \Psi_{0,1} + \Phi_{1,1} \Psi_{1,1} + \Phi_{2,1} \Psi_{2,1} = I_M \\ \vdots \\ \Phi_{K-1,0} \Psi_{0,1} + \Phi_{K-1,K-2} \Psi_{K-2,1} + \Phi_{K-1,K-1} \Psi_{K-2,1} = 0 \\ \vdots \end{cases}$$

$$E_{K-1} \begin{cases} \Phi_{0,0} \Psi_{0,K-1} + \Phi_{1,0} \Psi_{1,K-1} + \Phi_{K-1,0} \Psi_{K-1,K-1} = 0 \\ \Phi_{1,0} \Psi_{0,K-1} + \Phi_{1,1} \Psi_{1,K-1} + \Phi_{2,1} \Psi_{2,K-1} = 0 \\ \vdots \\ \Phi_{K-1,0} \Psi_{0,K-1} + \Phi_{K-1,K-2} \Psi_{K-2,K-1} + \Phi_{K-1,K-1} \Psi_{K-1,K-1} = I_M \end{cases} \quad (21)$$

其中 I_M 为 $M \times M$ 的单位阵。

利用矩阵 Ψ 的块对称性质, $\Psi = \Phi^{-1}$ 只需求解式(21)的前 $K/2 + 1$ 个方程 ($E_j, j=0, \dots, K/2$), 可根据列标号 j 分 3 种情况: ① $j=0$ 时, 求解子块 $\Psi_{0,0}, \Psi_{1,0}, \dots, \Psi_{K-1,0}$; ② $1 \leq j \leq K/2 - 1$ 时, 求解子块 $\Psi_{i,j}, i=j, \dots, K-j$; ③ $j=K/2$ 时, 求解子块 $\Psi_{K/2,K/2}$ 。

1) 情况 1. $j=0$ 时, 求解子块 $\Psi_{0,0}, \Psi_{1,0}, \dots, \Psi_{K-1,0}$ 共 K 个子块。

对于方程组 E_0 , 可从其最后一行开始, 推出 $\Psi_{K-1,0}$ 为

$$\Psi_{K-1,0} = -(\Phi_{K-1,K-1} - X_{K-1})^{-1}(\Phi_{K-1,K-2} \Psi_{K-2,0} - Y_{K-1} \Psi_{0,0}) \quad (22)$$

其中: $X_{K-1} = 0, Y_{K-1} = -\Phi_{K-1,0}$ 。进而把式(22)代入 E_0 倒数第 2 行可求解出 $\Psi_{K-2,0}$, 再以此类推, 逐次把下行计算出的 $\Psi_{K-i+1,0}$ 代入上一行计算出 $\Psi_{K-i,0}$, 可归纳出 $\Psi_{K-i,0}$ 解析式为

$$\Psi_{i,0} = \begin{cases} (\Phi_{0,0} - X_0 - Y_0 + Z_{K-1})^{-1}, & i=0 \\ -(\Phi_{i,i} - X_i)^{-1}(\Phi_{i,i-1} \Psi_{i-1,0} - Y_i \Psi_{0,0}), & 1 \leq i \leq K-1 \end{cases} \quad (23)$$

其中

$$X_{K-i} = \begin{cases} 0, & i=1 \\ \Phi_{K-i+1,K-i}(\Phi_{K-i+1,K-i+1} - X_{K-i+1})^{-1} \Phi_{K-i+1,K-i}, & 2 \leq i \leq K \end{cases} \quad (24)$$

$$Y_{K-i} = \begin{cases} -\Phi_{K-1,0}, & i=1 \\ -\Phi_{K-i+1,K-i}(\Phi_{K-i+1,K-i+1} - X_{K-i+1})^{-1} Y_{K-i+1}, & 2 \leq i \leq K \end{cases} \quad (25)$$

$$\mathbf{Z}_i = \begin{cases} \Phi_{1,0}, & i=0 \\ -\Phi_{i+1,i}(\Phi_{i,i} - \mathbf{X}_i)^{-1}(\mathbf{Z}_{i-1} + \mathbf{Y}_i), & 1 \leq i \leq K-2 \\ -\Phi_{K-1,0}(\Phi_{i,i} - \mathbf{X}_i)^{-1}(\mathbf{Z}_{i-1} + \mathbf{Y}_i), & i=K-1 \end{cases} \quad (26)$$

从式(21)~式(26)可看出,根据给定矩阵 Φ 内的各子块,可算出辅助子块 $\mathbf{X}_0 \sim \mathbf{X}_{K-1}$ 、 $\mathbf{Y}_0 \sim \mathbf{Y}_{K-1}$ 、 $\mathbf{Z}_0 \sim \mathbf{Z}_{K-1}$,进而代入通式(23),依次以嵌套方式分别求解出子块 $\Psi_{0,0}, \dots, \Psi_{K-1,0}$.

2) 情况2. $1 \leq j \leq K/2 - 1$ 时,求解子块 $\Psi_{i,j}, i = j, \dots, K-j$ 共 $K^2/4 - 1$ 个子块.

不妨把式(21)的方程组 E_j 写为

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{0,0} \Psi_{0,j} + \Phi_{1,0} \Psi_{1,j} + \Phi_{K-1,0} \Psi_{K-1,j} &= \mathbf{0} \\ &\vdots \\ \Phi_{j,j-1} \Psi_{j-1,j} + \Phi_{j,j} \Psi_{j,j} + \Phi_{j+1,j} \Psi_{j+1,j} &= \mathbf{I}_M \\ \Phi_{j+1,j} \Psi_{j,j} + \Phi_{j+1,j+1} \Psi_{j+1,j} + \Phi_{j+2,j+1} \Psi_{j+2,j} &= \mathbf{0} \\ &\vdots \\ \Phi_{K-1,0} \Psi_{0,j} + \Phi_{K-1,K-2} \Psi_{K-2,j} + \Phi_{K-1,K-1} \Psi_{K-1,j} &= \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

类似于情况1的推导,采用嵌套方法,依次把 E_j 的下一行各子块代入前一行,可得

$$\Psi_{i,j} = \begin{cases} -(\Phi_{j,j} - \mathbf{X}_j)^{-1}(\Phi_{j,j-1} \Psi_{j-1,j} - \mathbf{Y}_j \Psi_{j,0} - \mathbf{I}_M), & i=j \\ -(\Phi_{i,i} - \mathbf{X}_i)^{-1}(\Phi_{i,i-1} \Psi_{i-1,j} - \mathbf{Y}_i \Psi_{j,0}), & i=j+1, \dots, K-j \end{cases} \quad (28)$$

3) 情况3. 当 $j=K/2$ 时,只有 $\Psi_{K/2,K/2}$ 需要解.

这时,从式(21)的方程组 $E_{K/2}$ 的第 $K/2$ 行方程,并根据 Ψ 的块对称性,可推出

$$\Psi_{K/2,K/2} = \Phi_{K/2,K/2}^{-1}(\mathbf{I}_M - \Phi_{K/2,K/2-1} \Psi_{K/2,K/2-1} - \Phi_{K/2,K/2+1} \overline{\Psi}_{K/2,K/2-1}) \quad (29)$$

以上3种情况以“化整为零”的方式计算出矩阵 Ψ 内 $K + (K^2/4 - 1) + 1 = K^2/4 + K$ 个独立子块,而剩余 $3K^2/4 - K$ 个子块可根据式(20)所示的对称性快速赋值得到,从而大大节省了计算量.

3 计算复杂度分析

用复数乘法(CM, complex multiplication)次数作为算法复杂度评价指标,该复杂度可通过统计式(8)各步骤所消耗的CM次数来体现.

3.1 原始 MMSE 接收机所需 CM 次数

显然,式(8)的前2步运算($\mathbf{B} = (\mathbf{H}\mathbf{A})^H$ 和 $\Phi = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{KM} + \mathbf{B}\mathbf{B}^H$)都涉及 $KM \times KM$ 的方阵乘法运算,总

共消耗 $2(KM)^3$ 次 CM. 此外,由于矩阵 Φ 是正定对称矩阵,可利用 Cholesky 分解计算其逆矩阵 Ψ ,需要消耗 $(KM)^3/3$ 次 CM. 式(8)的后2个步骤($\mathbf{q} = \mathbf{B}\mathbf{r}$ 和 $\hat{\mathbf{d}} = \Psi\mathbf{q}$)都涉及 $KM \times KM$ 矩阵与长度为 KM 的向量乘法操作,故需消耗 $2(KM)^2$ 次 CM. 因此,原始 MMSE 接收机总共需消耗的 CM 为

$$C = \frac{7}{3}(KM)^3 + 2(KM)^2 \quad (30)$$

3.2 本文 MMSE 接收机所需 CM 次数

对于式(8)中的步骤1,3.1节指出,相比原始方法,利用矩阵 $\mathbf{H}\mathbf{A}$ 的特殊结构可使计算复杂度降至原始 MMSE 接收机的 $N_{\text{ch}}/(KM^2) \times 100\%$,即所需的CM为 $N_{\text{ch}}/(KM^2) \times (KM)^3 = N_{\text{ch}}K^2M$.

对于式(8)中的步骤2,3.2节指出,由于矩阵 Φ 具有2个特殊性质,在 K^2 个子块中只有 $K+1$ 个子块需要计算,因此计算矩阵 Φ 需要消耗 $(K+1)/K^2 \times (KM)^3 = K(K+1)M^3$ 次 CM.

对于式(8)中的步骤3,为量化2.4节所详述的快速求逆运算 $\Psi = \Phi^{-1}$ 的复杂度,表1列出了求取各辅助子块和 Ψ 内的各子块所耗费的操作(子块乘法或子块求逆)次数.

表1 本文 MMSE 接收机求逆算法的子块操作次数

子块	矩阵乘法	矩阵求逆
\mathbf{X}_i	$K-1$	$2(K-1)$
辅助子块 \mathbf{Y}_i	$K-1$	$2(K-1)$
\mathbf{Z}_i	$K-1$	$2(K-1)$
子块 $\Psi_{j,j}$	$K/2+1$	$3K/2$
$\Psi_{i,j}$	$K^2/4 + K/2 - 1$	$3K^2/4 + 3K/2 - 3$
总数	$K^2/4 + 4K - 3$	$3K^2/4 + 9K - 9$

从表1可得,所提出的大矩阵求逆算法共需 $K^2/4 + 4K - 3$ 次子块乘法和 $3K^2/4 + 9K - 9$ 次子块求逆,由于每个子块尺寸为 $M \times M$,所以 $\Psi = \Phi^{-1}$ 共消耗的CM次数为

$$(K^2/4 + 4K - 3 + 3K^2/4 + 9K - 9)M^3 = (K^2 + 13K - 12)M^3$$

对于式(8)中的 $\mathbf{q} = \mathbf{B}\mathbf{r}$ 和 $\hat{\mathbf{d}} = \Psi\mathbf{q}$,其计算量与原始 MMSE 接收机相同,总共需要消耗 $2(KM)^2$ 次 CM. 因此,提出的 MMSE 接收机总共所需消耗的CM为

$$C_p = N_{\text{ch}}K^2M + (2K^2 + 14K - 12)M^3 + 2(KM)^2 \quad (31)$$

3.3 计算复杂度对比

根据式(30)和式(31),图2和图3给出原始和本文 MMSE 接收机的 CM 次数曲线对比,其中 N_{ch} 为 $K/4$ 。图2描述了不同子符号数 M 下的复杂度对比(子载波数 $K=256$),图3描述了不同子载波数 K 下的计算复杂度对比(子符号数 $M=11$) ,

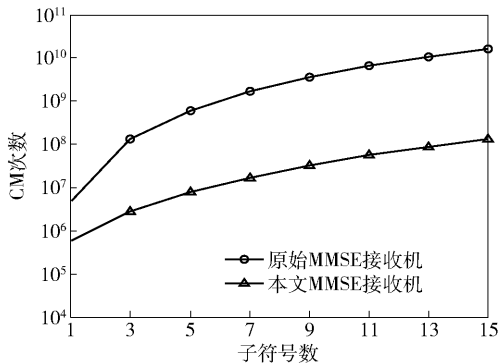


图2 不同子符号数下的计算复杂度对比

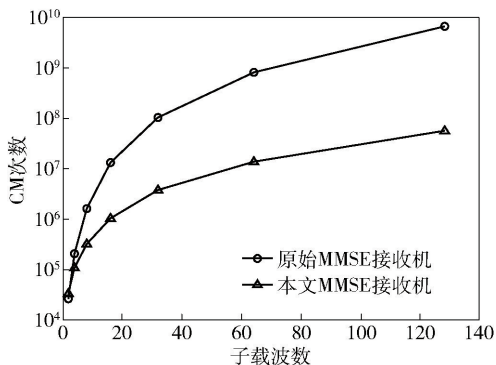


图3 不同子载波数下的计算复杂度对比

从图2和图3可看出,笔者提出的 MMSE 接收机所需消耗的 CM 次数比原始 MMSE 接收机低 2 ~ 3 个数量级。这是由于在节省计算量方面,第2节所证明各矩阵的特殊对称结构和基于“化整为零”的矩阵求逆算法均发挥了决定性作用。

4 实验仿真

通过实验仿真,对 FSC 下的原始 MMSE 和笔者提出的 MMSE 接收机之间的误比特率性能进行比较。实验设置 FSC 冲激响应为 $h(n) = 10^{-n/(N_{\text{ch}}-1)}$ ($n=0, \dots, N_{\text{ch}}-1, N_{\text{ch}} \leq N_{\text{CP}}$)^[8], 选用 RRC 滤波器, 采用 16QAM 调制方式。其他参数设置如表2所示。

实验中取信噪比 E_b/N_0 范围为 $[0, 28]$ dB, 对于每个 E_b/N_0 点, 进行 1000 次 Monte Carlo 仿真, 每次仿真使用 1000 个 GFDM 符号。图4给出了接收机

的误比特率 BER 性能曲线。

表2 实验参数设置

参数	取值
滚降系数 α	0.5
子载波个数 K	128
子符号长度 M	5
采用频率 f_s/MHz	1.92
符号周期 $T/\mu\text{s}$	66.67
CP 长度 N_{CP}	32
信道时延 N_{ch}	32

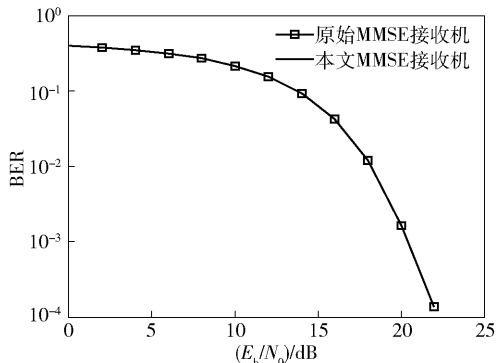


图4 FSC 下接收机的误比特率性能对比

从图4可看出,原始和本文接收机的误比特率曲线完全一致,说明所提出的 MMSE 接收机不会造成误比特率性能下降,因此也证明笔者所提出的低复杂度算法与原始算法在数学上是等价的。

5 结束语

针对常见的频率选择性信道,提出了基于矩阵解构的 GFDM 低复杂度 MMSE 接收机解调算法。其核心机理在于充分利用了 MMSE 接收机理论表达式中各矩阵的特殊结构,如稀疏、重复、准三对角或块对称。基于该特殊结构,对其涉及的矩阵相乘、求逆等运算做了数学上等价的简化处理,其数学等效性通过误比特率对比测试得到证明。

鉴于提出的高效解调算法的计算复杂度比原始 MMSE 接收机低 2 ~ 3 个数量级,该算法在未来移动通信的物理层调制应用中具有较高的参考价值。

参考文献:

- [1] Condoluci M, Dohler M, Araniti G, et al. Toward 5G DenseNets: architectural advances for effective machine-type communications over femtocells [J]. IEEE Communications Magazine, 2015, 53(1): 134-141.

- [2] Fettweis G P. The Tactile Internet: applications and challenges [J]. IEEE Vehicular Technology Magazine, 2014, 9(1): 64-70.
- [3] Din S, Ahmad A, Paul A, et al. MGR: multi-parameter green reliable communication for internet of things in 5G network[J]. Journal of Parallel and Distributed Computing, 2018(118): 34-45.
- [4] Nekovee M. Quantifying performance requirements of vehicle-to-vehicle communication protocols for rear-end collision avoidance [C]//Proceedings of the 2009 IEEE 69th Vehicular Technology Conference. New York: IEEE Press, 2009: 2084-2088.
- [5] Liu Xiqing, Chen H H, Wang Xiang, et al. Time domain precoding for OFDM/OFDMA systems without cyclic prefix[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(6): 5510-5514.
- [6] Xie Zhenwei, Zhu Qi, Zhao Su. Resource allocation algorithm based on simultaneous wireless information and power transfer for OFDM relay networks [J]. KSII Transactions on Internet and Information Systems, 2017, 11(12): 5943-5962.
- [7] Fettweis G, Krondorf M, Bittner S. GFDM - generalized frequency division multiplexing [C]//Proceedings of the 2009 IEEE 69th Vehicular Technology Conference. New York: IEEE Press, 2009: 1383-1386.
- [8] Renfors M, Yli-Kaakinen J, Harris F J. Analysis and design of efficient and flexible fast-convolution based multi-rate filter banks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(15): 3768-3783.
- [9] Farhang A, Marchetti N, Doyle L E. Low-complexity modem design for GFDM[J]. IEEE Transactions on Signal Processing 2016, 64(6): 1507-1518.
- [10] Michailow N, Krone S, Lentmaier M, et al. Bit error rate performance of generalized frequency division multiplexing [C]//Proceedings of the 2012 IEEE 76th Vehicular Technology Conference. New York: IEEE Press, 2012: 13226638.
- [11] Matthe M, Mendes L L, Fettweis G. Generalized frequency division multiplexing in a Gabor transform setting [J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(8): 1379-1382.
- [12] Sun Xuqing, Duan Jingyuan, Zou Yonggang, et al. Impact of multipath effects on theoretical accuracy of TOA-based indoor VLC positioning system[J]. Photonics Research, 2015, 3(6): 296-299.
- [13] Zhang Dan, Festag A, Fettweis G P. Performance of generalized frequency division multiplexing based physical layer in vehicular communications[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 66(11): 9809-9824.
- [14] Charmonman S. An efficient algorithm for inverting a block-symmetric matrix [J]. Mathematics of Computation, 1967, 21(100): 715-717.