

文章编号:1007-5321(2019)03-0001-06

DOI:10.13190/j.bupt.2018-153

# 一种基于距离谱的稀疏码多址接入码本设计

郭鸣坤, 邵小桃, 杨维

(北京交通大学电子信息工程学院, 北京 100044)

**摘要:**由多维星座经星座运算得到用户码本的典型稀疏码多址接入(SCMA)码本设计方案中,多维星座设计的复杂度和最优星座运算确定的难度实际上增加了码本设计难度,对此,分析了SCMA码本对消息传递算法(MPA)具体过程的影响,提出了一种以最大化距离谱最小元素为准则的SCMA码本设计方案。所提方案将多维星座的设计和星座运算的确定过程转化为简单的码本设计参数选择过程。在不影响用户码本唯一可译码性的前提下,通过替换部分码本设计参数,降低了参数选择复杂度。仿真结果表明,采用所提基于距离谱的码本设计方案与现有的码本设计方案相比,系统的误比特率性能有显著改善。

**关 键 词:**稀疏码多址接入; 码本设计; 消息传递算法; 距离谱

**中图分类号:** TN914.5      **文献标志码:** A

## A SCMA Codebook Design Based on Distance Spectrum

GUO Ming-kun, SHAO Xiao-tao, YANG Wei

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** Aiming at the problem that the complexity of multidimensional constellation design, and the difficulty of determining optimal constellation operators actually increase the difficulty of codebook design in the typical sparse code multiple access(SCMA) codebook design scheme, which gets user codebooks from a multidimensional constellation via the constellation operation, the influence of user codebooks on the specific process of message passing algorithm(MPA) is analyzed, and a codebook design scheme based on maximizing the minimum element of the distance spectrum is proposed. The scheme transforms the process of multidimensional constellation design, and constellation operators determination into a simple codebook design parameter selection process. Without affecting the unique decodability of user codebooks, the complexity of parameter selection is reduced by replacing some codebook design parameters. Simulations show that compared with the existing SCMA codebook design schemes, the scheme based on distance spectrum can significantly improve the bit error rate performance of system.

**Key words:** sparse code multiple access; codebook design; message passing algorithm; distance spectrum

作为第5代移动通信系统候选多址技术之一,稀疏码多址接入(SCMA, sparse code multiple ac-

cess)<sup>[1]</sup>以其优异的性能成为极具竞争力的方案<sup>[2-3]</sup>。SCMA的主要研究对象包括码本设计与多

收稿日期: 2018-07-16

基金项目: 国家重点研发计划项目(2016YFC0801800); 国家自然科学基金项目(51474015)

作者简介: 郭鸣坤(1995—), 男, 硕士生。

通信作者: 邵小桃(1965—), 女, 副教授, 硕士生导师, E-mail: xtshao@bjtu.edu.cn。

用户检测。对于码本设计, Taherzadeh 等<sup>[4]</sup>率先提出了对选取的多维星座进行特定的星座运算进而得到用户码本的方案。这种方案通过笛卡儿积获得多维星座, 其实现复杂度高, 且难以推广到更高维度。作为一种改进, Cai 等<sup>[5]</sup>通过旋转和交织正交振幅调制 (QAM, quadrature amplitude modulation) 星座的某一子集来设计多维星座, 再旋转并稀疏映射该多维星座就获得了用户码本; Yu 等<sup>[6]</sup>基于一种星形 QAM, 通过星座运算得到了用户码本; Bao 等<sup>[7]</sup>提出了一种利用球形编码构造多维星座进而获得用户码本的方案, 该方案构造的多维星座因具有较低的峰值平均功率比 (PAPR, peak to average power ratio) 而使用户码本具有较好的性能。上述以 Taherzadeh 等<sup>[4]</sup>为代表的典型 SCMA 码本设计方案主要包括对多维星座的设计和星座运算的确定。由于多维星座的设计可以归结为一类难解的非凸二次约束二次规划问题<sup>[8]</sup>, 且给定多维星座后星座运算的确定又对用户码本的性能有着重要的影响<sup>[9]</sup>, 因此, 在以 Taherzadeh 等<sup>[4]</sup>为代表的码本设计方案中, 设计多维星座的复杂度和确定最优星座运算的难度实际上增加了码本设计的难度。

对于多用户检测, SCMA 采用消息传递算法 (MPA, message passing algorithm)<sup>[10-11]</sup>。Beek 等<sup>[12]</sup>将无噪声干扰的理想接收向量之间欧氏距离的集合定义为距离谱, 以优化距离谱为准则得到了性能较好的低密度扩频序列。受其启发, 笔者将距离谱分析运用到 SCMA 码本设计上, 提出了一种基于距离谱的码本设计方案。将码本的设计过程转化为简单的参数选择过程, 避免了设计多维星座和确定最优星座运算的难度, 并且以不影响码本唯一可译码性的方式降低了参数选择复杂度。通过采用交织降低 PAPR 的方式和运用所提最大化距离谱最小元素的码本设计准则, 所提方案最终以较低的复杂度获得了性能优异的 SCMA 码本。

## 1 SCMA 系统与距离谱

### 1.1 SCMA 编译码原理

SCMA 编码原理可以描述为:  $\mathbf{x}_j = \mathbf{V}_j \mathbf{g}_j(\mathbf{b}_j)$ <sup>[4]</sup>。其中: 映射函数  $\mathbf{g}_j$  将用户  $j$  的数据比特  $\mathbf{b}_j \in \mathbb{B}^{lbM \times 1}$  映射为  $N$  维用户星座  $C_j$  中的星座点  $\mathbf{c}_j$ , 稀疏矩阵  $\mathbf{V}_j \in \mathbb{B}^{K \times N}$  简单地将  $N$  维复数星座点  $\mathbf{c}_j$  映射为含有  $K - N$  个 0 元素的  $K$  维稀疏复数向量, 即码字  $\mathbf{x}_j$ ,  $M$  个不同的码字组成了用户  $j$  的码本  $\mathbf{B}_j \in \mathbb{B}^{K \times M}$ . ( $N, K, M$ ) =

(2, 4, 4) 时, SCMA 编码原理简化示意图如图 1 所示。图中:  $D_1$  和  $D_2$  为  $C_j$  的 2 个维度。

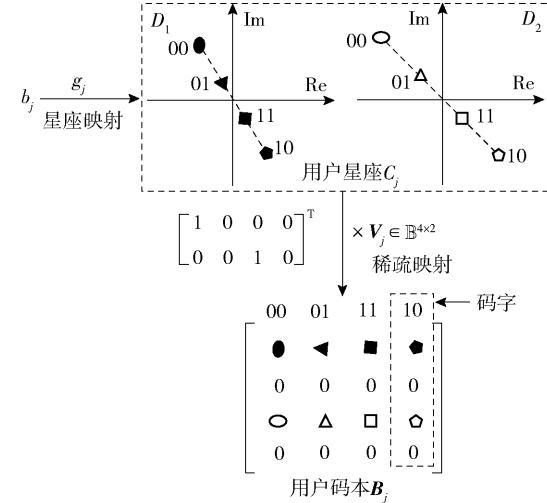


图 1 SCMA 编码原理简化示意图

在 SCMA 系统中,  $J$  个用户共享  $K$  个正交资源块传输数据。各用户对资源块的占用情况可以使用因子图及其矩阵  $\mathbf{F} \in \mathbb{B}^{K \times J}$  表示。当且仅当用户节点  $u_j$  和资源节点  $c_k$  相连时, 矩阵  $\mathbf{F}$  第  $k$  行、第  $j$  列的元素  $F_{k,j} = 1$  且用户  $j$  占用第  $k$  个资源块。定义  $\xi_k$  和  $\zeta_j$  分别为占用第  $k$  个资源块的用户集合和用户  $j$  占用的资源块集合。 $(J, K) = (6, 4)$  时, 一种因子图及其矩阵  $\mathbf{F}$  如图 2 所示。

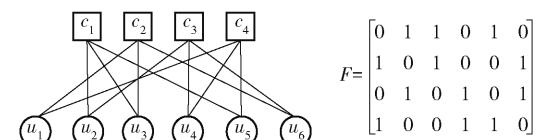


图 2 SCMA 系统因子图及其矩阵

假设  $J$  个用户时间完全同步, 在上行链路基站处的接收信号为

$$\mathbf{y} = \sum_{j=1}^J \text{diag}(\mathbf{h}_j) \mathbf{x}_j + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_K)$  为噪声向量,  $\sigma^2$  为噪声功率,  $\mathbf{I}_K$  为  $K$  维单位矩阵,  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_K]^T$  为接收信号向量,  $\mathbf{x}_j = [x_{1,j}, x_{2,j}, \dots, x_{K,j}]^T$  为用户  $j$  的发送码字,  $\mathbf{h}_j = [h_{1,j}, h_{2,j}, \dots, h_{K,j}]^T$  为用户  $j$  的信道向量。

给定接收信号  $\mathbf{y}$ , 且假定基站已知各用户的码本和信道状态, 则可通过 MPA 以迭代的方式进行多用户检测。第  $t$  次迭代中, MPA 首先更新全部资源节点到用户节点的消息  $M'_{k \rightarrow j}(\mathbf{x}_j)$ , 然后同时更新所有用户节点到资源节点的消息  $I'_{j \rightarrow k}(\mathbf{x}_j)$ , 分别可以

表示为

$$M_{k \rightarrow j}^t(\mathbf{x}_j) = \sum_{\sim \mathbf{x}_j} \left( M_k(\mathbf{x}) \prod_{l \in \zeta_k \setminus \{j\}} I_{l \rightarrow k}^{t-1}(\mathbf{x}_j) \right) \quad (2)$$

$$I_{j \rightarrow k}^t(\mathbf{x}_j) = \prod_{m \in \zeta_j \setminus \{k\}} M_{m \rightarrow j}^t(\mathbf{x}_j) \quad (3)$$

其中:  $M_k(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left( -\frac{1}{2\sigma^2} \mid y_k - \right.$

$$\left. \sum_{v \in \zeta_k} h_{k,v} x_{k,v} \mid^2 \right).$$

当达到最大迭代次数  $t_{\max}$  后, 用户  $j$  的发送码字被判决为

$$\hat{\mathbf{x}}_j = \arg \max_{\mathbf{x}_j} \left( \prod_{k \in \zeta_j} M_{k \rightarrow j}^{t_{\max}}(\mathbf{x}_j) \right) \quad (4)$$

## 1.2 SCMA 码本与距离谱

对于用户的码字, 其参与计算  $M_k(\mathbf{x})$  后用于更新 MPA 的消息  $M_{k \rightarrow j}^t(\mathbf{x}_j)$ . 为了使 MPA 正确地进行置信度传播,  $M_k(\mathbf{x})$  必须对加权和  $\sum_{j=1}^J \text{diag}(\mathbf{h}_j) \mathbf{x}_j$  有良好的区分度. 具体来讲, 如果对于  $J$  个用户任意不同 2 种传输码字  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_J] \neq \mathbf{X}' = [\mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_2, \dots, \mathbf{x}'_J]$ , 有加权和  $\sum_{j=1}^J \text{diag}(\mathbf{h}_j) \mathbf{x}_j = \sum_{j=1}^J \text{diag}(\mathbf{h}_j) \mathbf{x}'_j$ , 则 MPA 无法区分传输码字  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{X}'$ . 若 MPA 能正常工作, 则码本需要满足唯一可译码性. 在加性高斯白噪声信道下, 所给码本唯一可译码性的严格定义如下.

**定义 1** 对于  $J$  个用户任意不同 2 种传输码字  $\mathbf{X} \neq \mathbf{X}'$ , 若  $\sum_{j=1}^J \mathbf{x}_j \neq \sum_{j=1}^J \mathbf{x}'_j$ , 则码本满足唯一可译码性.

定义理想接收向量  $\mathbf{r}_n = \sum_{j=1}^J \mathbf{x}_j$ . 由于  $J$  个用户各有  $M$  个不同的码字, 则  $\mathbf{r}_n$  有  $M^J$  种取值. 定义任意 2 种不同理想接收向量  $\mathbf{r}_n$  和  $\mathbf{r}_{n'}$  之间的欧氏距离为

$$d(n, n') = \| \mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{n'} \| \quad (5)$$

其中:  $n \neq n'$  且  $n, n' = 1, 2, \dots, M^J$ ,  $\| \cdot \|$  为向量的欧氏范数. 很明显, 定义 1 所述唯一可译码性的等价条件为理想接收向量之间的最小欧氏距离  $\min \{d(n, n')\}$  不为 0. 如果  $\min \{d(n, n')\}$  不为 0 且越大, 则 MPA 的检测效果越好. 作为该设想的证明, 将  $M^J$  种  $\mathbf{r}_n$  等效为某个星座中的星座点, 利用构造星座最大似然检测错误概率一致边界的方法<sup>[13]</sup>, 可得该星座的错误概率一致边界为

$$\frac{N_{\min}}{M^J} Q \left( \frac{\min \{d(n, n')\}}{\sqrt{2N_0}} \right) \leq P_e \leq (M^J - 1) Q \left( \frac{\min \{d(n, n')\}}{\sqrt{2N_0}} \right) \quad (6)$$

其中:  $Q(\cdot)$  为正态分布的互补累计分布函数,  $N_{\min}$  为星座上与至少一个其他点相距  $\min \{d(n, n')\}$  的点数,  $N_0/2$  为噪声方差. 如果码本不满足唯一可译码性, 则  $\min \{d(n, n')\} = 0$ , 由式(6)可知, 此时一致边界在高信噪比处是不随信噪比变化的直线, MPA 将无法正常工作; 在满足唯一可译码性的前提下, 由于  $Q(\cdot)$  为减函数, 如果  $\min \{d(n, n')\}$  越大, 则在高信噪比处错误概率  $P_e$  越小, 因此设想成立.

综上, 最优码本应该满足: 理想接收向量之间的最小欧氏距离不为 0, 且尽可能大. 定义距离谱  $\Phi$ , 其元素  $\chi$  为由用户码本  $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_J$  求得的理想接收向量  $\mathbf{r}_n$  之间的欧氏距离. 上述最优码本设计准则可表示为

$$\mathbf{B}_1^*, \mathbf{B}_2^*, \dots, \mathbf{B}_J^* = \arg \max_{\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_J} \chi_{\min} \quad (7)$$

其中  $\chi_{\min}$  为用户码本距离谱  $\Phi$  的最小元素.

## 2 SCMA 码本设计

### 2.1 码本设计方案

由图 1 可知, 给定  $J$  个用户星座, 就能得到各用户的码本. 为了降低设计复杂度, Taherzadeh 等<sup>[4]</sup> 提出可以仅设计一个多维星座, 对该星座加以针对每个用户的星座运算就能得到各用户星座, 进而获得各用户的码本.

在这种方案中, 码本性能依赖于多维星座和星座运算. 多维星座的设计准则是: 固定星座点之间的最小欧氏距离, 最小化星座的平均功率<sup>[14]</sup>. 这是一种难解的非凸二次约束二次规划问题. 在接收端, 若码本差异越大, 则 MPA 的检测性能越好. 当给定多维星座后, 星座运算决定了用户码本之间的差异性, 进而影响到 MPA 的检测性能, 而确定最优的星座运算又存在一定难度. 因此, 设计多维星座的复杂度和确定最优星座运算的难度增加了码本设计的难度.

实际上, 在 Taherzadeh 等<sup>[4]</sup> 所提码本设计方案中, 各用户码本的非零行是多维星座各维度的坐标向量经过相位旋转和重新分配的结果<sup>[15]</sup>. 在本文方案中, 多维星座各维度的坐标向量仅有相位的不同, 即各用户码本的非零行都由同一向量  $\mathbf{s}_0 \in \mathbb{C}^{1 \times M}$

经相位旋转得到。记  $s_0$  为基准向量, 可表示为

$$[\alpha^{M/2-1}r, \dots, \alpha r, r, -r, -\alpha r, \dots, -\alpha^{M/2-1}r] \quad (8)$$

其中:  $\alpha \in [2, 4]$  为尺缩因子,  $r = 0.5$  为基本尺度。定义码本矩阵  $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{K \times JM}$ , 其第  $(j-1)M+1$  列到第  $jM$  列是用户  $j$  的码本  $\mathbf{B}_j$ , 即  $\mathbf{G} = [\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_J]$ 。给定因子图矩阵  $\mathbf{F}$ , 基准向量  $s_0$  与码本矩阵  $\mathbf{G}$  的关系为

$$[\mathbf{G}_{k,(j-1)M+1}, \dots, \mathbf{G}_{k,jM}] = \begin{cases} \mathbf{s}_i, & \mathbf{F}_{k,j} = 1 \\ \mathbf{0}, & \mathbf{F}_{k,j} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

其中:  $\mathbf{s}_i = e^{j\theta_i} s_0$ ,  $i = 0, 1, \dots, Kd_r - 1$ ,  $\theta_i$  为旋转因子且  $\theta_0 = 0$ ,  $d_r$  为每个资源块上承载的用户数,  $\mathbf{0}$  为  $M$  维全 0 行向量。式(9)表明, 若  $\mathbf{F}_{k,j} = 1$ , 则码本矩阵  $\mathbf{G}$  的第  $k$  行、第  $(j-1)M+1$  列到第  $jM$  列与向量  $\mathbf{s}_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, Kd_r - 1$  相同, 而码本矩阵  $\mathbf{G}$  的其余位置全为 0。向量  $s_0, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_{Kd_r-1}$  按照从左到右、从上到下的顺序依次放置在码本矩阵  $\mathbf{G}$  中。

由基准向量  $s_0$  经相位旋转得到的码本矩阵  $\mathbf{G}$  中, 各用户码本的 PAPR 定义为

$$\begin{aligned} 10 \lg \left( \max_{1 \leq m \leq M} \{ \| \mathbf{x}_j^m \|^2 \} / E_{\text{avg}} \right) \text{dB} \\ E_{\text{avg}} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \| \mathbf{x}_j^m \|^2 = \frac{2Nr^2(1-\alpha^M)}{M(1-\alpha^2)}, \forall j \end{aligned} \quad (10)$$

其中:  $\mathbf{x}_j^m$  为用户  $j$  的第  $m$  个码字。由式(10)可知, 此时  $\mathbf{G}$  中各用户码本的 PAPR 为  $10 \lg (Nr^2\alpha^{M-2}/E_{\text{avg}})$  dB。随着码字个数  $M$  增加, 这些用户码本将有较高的 PAPR。为了避免高 PAPR 对实际系统产生不利影响, 可以通过交织的方式降低 PAPR<sup>[5]</sup>。交织过程可以表示为

$$\mathbf{v} = [\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4]$$

$$\mathbf{v}' = [\mathbf{q}_3, -\mathbf{q}_4, -\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2] \quad (11)$$

其中:  $\mathbf{v}'$  为  $\mathbf{v}$  交织后的结果,  $\mathbf{q}_i = [v_{(i-1)M/4+1}, \dots, v_{iM/4}]$ ,  $v_l$  为  $\mathbf{v}$  的第  $l$  个元素。本文方案仅交织码本中除去全 0 行后仍为偶数的行。经交织后, 各用户码本的 PAPR 为  $10 \lg (r^2(N_o\alpha^{M-2} + N_e)/E_{\text{avg}})$  dB, 其中,  $N_o$  和  $N_e$  分别为用户码本中除去全 0 行后奇数行和偶数行的个数, 且码本的非 0 行数  $N = N_o + N_e$ 。对比交织前, 码本的 PAPR 降低了  $10 \lg (N\alpha^{M-2}/(N_o\alpha^{M-2} + N_e))$  dB。由于  $\alpha \in [2, 4]$ , 特别地, 当  $(N, M) = (2, 4)$  时, 码本的 PAPR 为 0 dB, 降低了 2.0412 ~ 2.7470 dB; 当  $M \rightarrow \infty$  时, 码本的 PAPR 将降低约  $10 \lg (N/N_o)$  dB。给定图 2 所示因子图矩阵  $\mathbf{F}$ , 一种由基准向量  $s_0$  通过相位旋转且经交织得到的码本矩阵  $\mathbf{G}$  为

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & s_0 & s_1 & \mathbf{0} & s_2 & \mathbf{0} \\ s_3 & \mathbf{0} & s'_4 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & s_5 \\ \mathbf{0} & s'_6 & \mathbf{0} & s_7 & \mathbf{0} & s'_8 \\ s'_9 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & s'_{10} & s'_{11} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中: 向量  $s'_i = [-re^{j\theta_i}, \alpha re^{j\theta_i}, -\alpha re^{j\theta_i}, re^{j\theta_i}]$  为交织向量  $s_i = [\alpha re^{j\theta_i}, re^{j\theta_i}, -re^{j\theta_i}, -\alpha re^{j\theta_i}]$  后的结果。

综上, 若能确定尺缩因子和旋转因子, 则可以获得各用户的码本  $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_J$ 。因此, 本文方案将多维星座的设计和星座运算的确定过程转化为了较简单的码本设计参数的选择过程, 这一转化实际上降低了 SCMA 码本的设计难度。

## 2.2 低复杂度参数选择方法

由于  $\theta_0 = 0$  且  $r = 0.5$ , 则  $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_J$  依赖于尺缩因子  $\alpha$  和旋转因子  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{Kd_r-1}$ 。结合式(7)所示码本设计准则可知, 最优码本设计参数的选择方法为

$$\{\alpha^*, \theta_1^*, \dots, \theta_{Kd_r-1}^*\} = \arg \max_{\alpha, \theta_1, \dots, \theta_{Kd_r-1}} \chi_{\min} \quad (13)$$

式(13)所示方法要求在给定取值范围和步长下, 搜索这些参数所有可能的取值, 然后以具有最大  $\chi_{\min}$  者作为最优码本设计参数。这种方法需要的搜索次数  $T$  为

$$T = N(\alpha) \times N(\theta_1) \times \dots \times N(\theta_{Kd_r-1}) \quad (14)$$

其中  $N(\cdot)$  为给定取值范围和步长下括号中变量的取值个数。由于式(14)中  $T$  随资源块上承载的用户数  $d_r$  和资源块数  $K$  呈指数上升, 当  $d_r$  和  $K$  过大时, 式(13)所示参数选择方法因搜索复杂度过高而限制了实际应用。因此, 需要寻找低复杂度参数选择方法。

记  $K$  维理想接收向量  $\mathbf{r}_n$  的第  $k$  个元素为  $p_{k,n}$ 。由于码字的稀疏性,  $p_{k,n}$  是占用第  $k$  个资源块的  $d_r$  个用户传输信号的叠加结果。此时, 任意 2 个不同理想接收向量  $\mathbf{r}_n$  和  $\mathbf{r}_{n'}$  之间的欧氏距离可以表示为

$$d(n, n') = \sqrt{\sum_{k=1}^K |p_{k,n} - p_{k,n'}|^2} \quad (15)$$

由式(9)可知, 在第  $k$  个资源块处,  $d_r$  个用户的传输信号分别取自  $d_r$  个向量  $\mathbf{s}_{(k-1)d_r}, \dots, \mathbf{s}_{kd_r-1}$  内的元素, 而  $\mathbf{s}_{(k-1)d_r}, \dots, \mathbf{s}_{kd_r-1}$  由尺缩因子  $\alpha$  和  $d_r$  个旋转因子  $\theta_{(k-1)d_r}, \dots, \theta_{kd_r-1}$  确定, 因此, 叠加结果  $p_{k,n}$  决定于  $\alpha$  和  $\theta_{(k-1)d_r}, \dots, \theta_{kd_r-1}$ 。具体来讲, 对应  $K$  个资源块, 将  $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{Kd_r-1}$  每  $d_r$  项编为一组, 共  $K$  组, 则每组依次对应叠加结果  $p_{1,n}, p_{2,n}, \dots, p_{K,n}$ 。对于式(13)所示参数选择方法, 如果存在  $k = 1, 2, \dots, K$ , 有

$\alpha$  和  $\theta_{(k-1)d_r}, \dots, \theta_{kd_r-1}$  使得  $|p_{k,n} - p_{k,n'}| \neq 0$ , 则  $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{Kd_r-1}$  中除第  $k$  组外的其他组无论取何值,  $d(n, n')$  一定不为 0, 即码本一定满足唯一可译码性. 这表明在式(13)所示参数选择方法中, 用  $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{Kd_r-1}$  中满足  $|p_{k,n} - p_{k,n'}| \neq 0$  的分组替换其他分组后, 不会影响码本的唯一可译码性.

因为对于任意  $k$ , 总存在  $\alpha$  和  $\theta_{(k-1)d_r}, \dots, \theta_{kd_r-1}$  使  $|p_{k,n} - p_{k,n'}| \neq 0$ , 所以可用  $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{Kd_r-1}$  中的任意一组替换其他分组. 由于  $\theta_0 = 0$ , 第 1 组中待确定旋转因子的个数最少, 所以本文方案用  $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{d_r-1}$  替换  $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{Kd_r-1}$  中的其他分组. 此时, 码本矩阵  $\mathbf{G}$  中仅有  $d_r$  个不同的向量  $s_0, s_1, \dots, s_{d_r-1}$ , 可以按照拉丁顺序<sup>[12]</sup>放置在码本矩阵  $\mathbf{G}$  中. 拉丁顺序要求码本矩阵  $\mathbf{G}$  的行方向和列方向上不存在相同的向量  $s_i, i = 0, 1, \dots, d_r - 1$ . 由于需要降低 PA-PAR, 如果  $s_i$  位于某个码本除去全 0 行后仍为偶数的行, 则需要交织  $s_i$ . 给定图 2 所示因子图矩阵  $\mathbf{F}$ , 一种参数替换后满足拉丁顺序且经过交织的码本矩阵  $\mathbf{G}$  为

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & s_1 & s_0 & \mathbf{0} & s_2 & \mathbf{0} \\ s_2 & \mathbf{0} & s'_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & s_0 \\ \mathbf{0} & s'_2 & \mathbf{0} & s_0 & \mathbf{0} & s'_1 \\ s'_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & s'_2 & s'_1 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (16)$$

采用  $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{d_r-1}$  替换  $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{Kd_r-1}$  中其他分组的方法, 式(13)所示参数选择方法可简化为

$$\{\alpha^*, \theta_1^*, \dots, \theta_{d_r-1}^*\} = \arg \max_{\alpha, \theta_1, \dots, \theta_{d_r-1}} \chi_{\min} \quad (17)$$

此时, 搜索次数  $T$  为

$$T = N(\alpha) \times N(\theta_1) \times \dots \times N(\theta_{d_r-1}) \quad (18)$$

对比式(13)所示参数选择方法, 式(17)中参数个数由  $Kd_r$  下降为  $d_r$ . 这意味着在相同的参数取值范围和步长下, 式(18)所示搜索次数将远小于式(14)所示搜索次数. 同时, 式(17)所示参数选择方法中参数个数与资源块数  $K$  无关, 随着资源块数  $K$  上升, 较之式(13)所示参数选择方法, 式(17)所示参数选择方法在搜索复杂度上的优势将更加明显.

### 3 仿真结果及分析

本节仿真用于证明本文方案的误比特率性能. 与本文方案对比的是文献[4]所提典型方案及文献[9]所提的现有且性能较好方案. SCMA 系统参数  $(J, M, N, K) = (6, 4, 2, 4)$ . 因子图矩阵如图 2 所示. 信道模型为加性高斯白噪声信道.

仿真中, 本文码本设计参数如表 1 所示. 基本尺度  $r = 0.5$ .  $\alpha \in [2, 4]$  且步长为 0.1.  $\theta_1, \theta_2 \in [0, 2\pi]$  且步长为 0.02. 为了便于比较, 下文的  $\chi_{\min}$  已归一化, 即

$$\chi_{\min} = \min \{d(n, n')\} / \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{M^J} \|r_n\|^2}{M^J}}$$

表 1 本文码本设计参数

设计序号	$\alpha$	$(\theta_1, \theta_2)$	$\chi_{\min}$
1	2.00	(0, 0)	0
2	3.10	(3.00, 3.20)	0.0525
3	3.30	(6.00, 3.20)	0.1082
4	3.90	(3.50, 5.90)	0.1528
5	3.50	(1.28, 2.06)	0.2570
6	3.80	(1.30, 1.42)	0.3087
7	3.30	(1.32, 5.96)	0.4185

图 3 显示了小于典型方案<sup>[4]</sup>码本的  $\chi_{\min}$  时(典型方案中,  $\chi_{\min} = 0.229$ ), 在不同  $\chi_{\min}$  下, 本文方案码本和典型方案码本的误比特率性能对比. 如图 3 所示, 随着  $\chi_{\min}$  的减小, 对应的设计 4 到设计 1 的误比特率性能较典型方案不断降低. 特别地, 对于  $\chi_{\min} = 0$  的设计 1, 由于不满足唯一可译码性, 其误比特率曲线在高信噪比处变为不随信噪比变化的直线, 此时 MPA 无法正常工作.

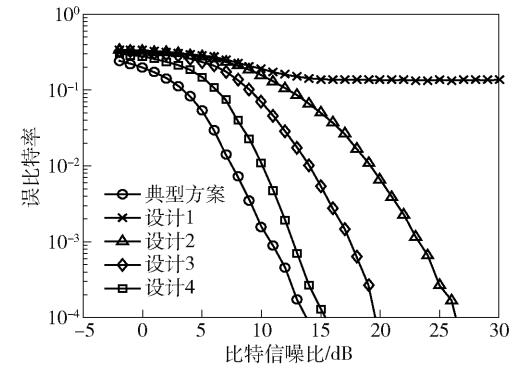


图 3 本文方案与典型方案的误比特率性能比较  
( $\chi_{\min}$  小于 0.229 时)

图 4 显示了大于典型方案<sup>[4]</sup>码本的  $\chi_{\min}$  时, 在不同  $\chi_{\min}$  下, 本文方案码本和典型方案码本的误比特率性能对比. 如图 4 所示, 本文方案的误比特率性能随着  $\chi_{\min}$  的增大而不断提升. 当误比特率为  $10^{-4}$  时,  $\chi_{\min}$  最大的设计 7 较典型方案信噪比可改善

2.58 dB.

图 5 为不同方案所得码本的误比特率性能对比。如图 5 所示,本文方案码本的误比特率性能较文献[9]方案码本和典型方案<sup>[4]</sup>码本都要好。经计算,典型方案码本、文献[9]方案码本及本文方案码本的  $\chi_{\min}$  分别为 0.229 0、0.366 7 和 0.418 5。因此,本文方案性能的提升源于最大化了距离谱的最小元素  $\chi_{\min}$ 。

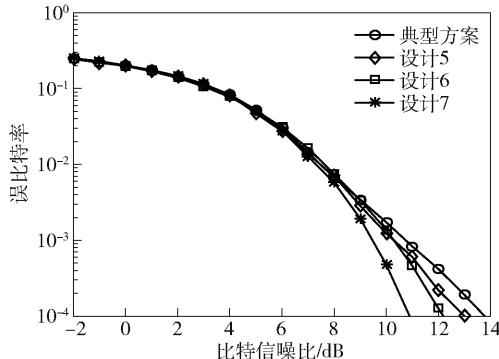


图 4 本文方案与典型方案的误比特率性能比较  
( $\chi_{\min}$  大于 0.229 0 时)

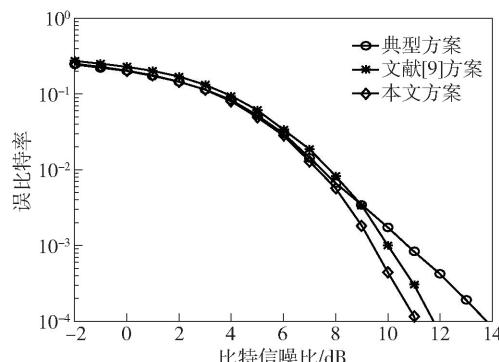


图 5 不同方案所得码本的误比特率性能比较

## 4 结束语

提出了一种基于距离谱的 SCMA 码本设计方案。所提方案以参数选择的方式设计 SCMA 码本,从而避免了设计多维星座和确定最优星座运算带来的高码本设计复杂度。此外,通过不影响码本唯一可译码性的方式替换部分码本设计参数后,所提方案降低了参数选择的复杂度。通过分析码本对 MPA 具体过程的影响,以及采用交织降低码本 PAPR 的方法,所提方案以最大化交织后码本距离谱最小元素为目标,确定了最优的码本设计参数,最终获得了低 PAPR 且误比特率性能优异的 SCMA 码本。与现

有码本设计方案相比,本文方案的性能得到显著提升。特别地,较之文献[4]提出的典型方案,本文方案性能提升了 2.58 dB。

## 参考文献:

- [1] Nikopour H, Baligh H. Sparse code multiple access[C]// IEEE International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications. New York: IEEE Press, 2013: 332-336.
- [2] Wang Bichai, Wang Kun, Lu Zhaohua, et al. Comparison study of non-orthogonal multiple access schemes for 5G [C] // IEEE International Symposium on Broadband Multimedia Systems and Broadcasting. New York: IEEE Press, 2015: 1-5.
- [3] Chen Yan, Bayesteh A, Wu Yiqun, et al. SCMA: a promising non-orthogonal multiple access technology for 5G networks [C] // IEEE Vehicular Technology Conference. New York: IEEE Press, 2016: 1-6.
- [4] Taherzadeh M, Nikopour H, Bayesteh A, et al. SCMA codebook design[C] // IEEE Vehicular Technology Conference. New York: IEEE Press, 2014: 1-5.
- [5] Cai Donghong, Fan Pingzhi, Lei Xianfu, et al. Multi-dimensional SCMA codebook design based on constellation rotation and interleaving[C] // IEEE Vehicular Technology Conference. New York: IEEE Press, 2016: 1-5.
- [6] Yu Lisu, Lei Xianfu, Fan Pingzhi, et al. An optimized design of SCMA codebook based on star-QAM signaling constellations[C] // International Conference on Wireless Communications & Signal Processing. New York: IEEE Press, 2015: 1-5.
- [7] Bao Jinchen, Ma Zheng, Mahamadu M A, et al. Spherical codes for SCMA codebook [C] // IEEE Vehicular Technology Conference. New York: IEEE Press, 2016: 1-5.
- [8] Beko M, Dinis R. Designing good multi-dimensional constellations[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2012, 1(2): 221-224.
- [9] Alam M, Zhang Qi. Performance study of SCMA codebook design[C] // IEEE Wireless Communications and Networking Conference. New York: IEEE Press, 2017: 1-5.
- [10] Yang Lin, Liu Yunyun, Siu Yunming. Low complexity message passing algorithm for SCMA system[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(11): 2466-2469.

(下转第 28 页)

- self-attention network for RNN/CNN-free language understanding[ C ] // The 32<sup>th</sup> AAAI Conference on Artificial Intelligence. New Orleans: AAAI Press, 2018: 5446-5455.
- [17] Chen Q, Zhu X, Ling Z, et al. Enhanced LSTM for natural language inference[ C ] // Proceedings of the 55<sup>th</sup> Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics. Vancouver: ACL Press, 2016: 1657-1668.
- [18] Balazs J A, Marrese-Taylor E, Loyola P, et al. Refining raw sentence representations for textual entailment recognition via attention[ C ] // Proceedings of the 2<sup>nd</sup> Workshop on Evaluating Vector Space Representations for NLP. Copenhagen: ACL Press, 2017: 51-55.
- [19] Nie Y, Bansal M. Shortcut-stacked sentence encoders for multi-domain inference[ C ] // Proceedings of the 2<sup>nd</sup> Workshop on Evaluating Vector Space Representations for NLP. Copenhagen: ACL Press, 2017: 41-45.
- 

(上接第 6 页)

- [11] 杜洋, 董彬虹, 王显俊, 等. 基于串行策略的 SCMA 多用户检测算法 [J]. 电子与信息学报, 2016, 38(7): 1888-1893.  
Du Yang, Dong BinHong, Wang Xianjun, et al. Multi-user detection scheme for SCMA systems based on serial strategy[ J ]. Journal of Electronics & Information Technology, 2016, 38(7): 1888-1893.
- [12] Beek J V D, Popovic B M. Multiple access with low-density signatures[ C ] // IEEE Global Telecommunications Conference. New York: IEEE Press, 2009:1-6.
- [13] Proakis J G, Salehi M. Digital communication [ M ]. New York: McGraw-Hill Book Co. , 2007:182-188.
- [14] 吴昊, 张建秋, 宋汉斌. 一种基于格理论构造高维星座图的方法 [J]. 电子学报, 2014, 42(8): 1672-1679.  
Wu Hao, Zhang Jianqiu, Song Hanbin. A lattice based approach to the construction of multi-dimensional signal constellations [ J ]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(8): 1672-1679.
- [15] 邵小桃, 郭鸣坤, 杨维. 基于资源块星座图的稀疏码多址接入码本设计 [J]. 通信学报, 2018, 39(9): 1-9.  
Shao Xiaotao, Guo Mingkun, Yang Wei. SCMA codebook design based on resource block constellation [ J ]. Journal on Communications, 2018, 39(9): 1-9.