

文章编号:1007-5321(2019)02-0042-08

DOI:10.13190/j.jbupt.2018-209

毫米波 Massive-MIMO 系统中基于 GMD 的混合预编码

李民政^{1,2,3}, 丁 健¹

(1. 桂林电子科技大学 计算机与信息安全学院, 桂林 541004; 2. 上海电机学院 电子信息学院, 上海 201306;
3. 广西信息科学实验中心, 桂林 541004)

摘要: 提出一种毫米波大规模多输入多输出(MIMO)系统中基于几何均值分解(GMD)的混合预编码方案. 通过 GMD 处理将信道分解为等增益的子信道,以简化编解码复杂度. 在此基础上,推导出基于 GMD 的系统频效优化目标函数解析式;然后根据基追踪原理和最小二乘法分别设计模拟预编码和数字预编码;最后通过相应的优化算法得到系统频效的优化解. 数值仿真结果表明,提出的基于 GMD 的混合预编码方法与正交匹配追踪的方案相比,能明显降低系统编解码复杂度,并提高系统频效.

关 键 词: 几何均值分解; 频效; 混合预编码; 系统复杂度

中图分类号: TN929.53

文献标志码: A

Hybrid Precoding Method Based on Geometric Mean Decomposition for Millimeter Wave Massive MIMO

LI Min-zheng^{1,2,3}, DING Jian¹

(1. School of Computer and Information Security, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China;
2. School of Electronic Information Engineering, Shanghai Dianji University, Shanghai 201306, China;
3. Guangxi Information Science Research Centre, Guilin 541004, China)

Abstract: In millimeter wave massive multiple input multiple output (MIMO) systems, a hybrid precoding scheme based on geometric mean decomposition (GMD) was presented. In the proposed scheme, the channel was decomposed into multiple equal-gain subchannels by means of GMD to simplify the complexity of encoding and decoding. Based on it, the analytical expression of the objective function of system spectrum efficiency optimization was derived. And then the hybrid precoding was designed according to the basic tracking principle and the least square method. Finally, the optimal theoretical value of the system spectrum efficiency was obtained by the proposed algorithm. The numerical simulation results show that the proposed scheme has the advantages on reducing system complexity and improving system spectrum efficiency compared with the design scheme based on orthogonal matching pursuit.

Key words: geometric mean decomposition; spectrum efficiency; hybrid precoding; system complexity

收稿日期: 2018-09-13

基金项目: 国家自然科学基金项目(61362007); 广西信息科学实验中心项目(YB1407); 广西可信软件重点实验室基金项目(KX201414)

作者简介: 李民政(1972—), 男, 教授.

通信作者: 丁 健(1992—), 男, 硕士生, E-mail: 394917098@qq.com.

近年来,毫米波大规模多输入多输出 (Massive-MIMO, massive multiple input multiple output) 技术引起了广泛的关注和研究。这主要是因为毫米波通信具有丰富的频谱资源,结合 Massive-MIMO 的混合预编码技术能够获取更高的波束增益,以此可弥补毫米波通信高损耗的传播缺陷^[1-3]。但与此同时,硬件规模和编解码复杂度日益增长,需要寻找新的混合预编码方案以降低系统复杂度。

MIMO 复用系统通常采用奇异值分解 (SVD, singular value decomposition) 方式得到多个独立的正交空间子信道以获得较大的吞吐量。然而,由于此方式下各子信道增益差异很大^[4],需要使用不同的编解码和调制解调方式以满足误码率 (BER, bit error rate) 的要求,使得系统复杂度很高。为此, Jiang 等^[5]提出了一种基于几何均值分解 (GMD, geometric mean decomposition) 方案。该方案将正交频分复用下的瑞利衰落信道分解为多个信道增益相等的并行子信道,从而避免了复杂的比特分配和功率加载过程,并降低了系统的编解码的难度,从而整体上降低了系统复杂度。在此基础上,为了获取频效性能最优的混合预编码方案, El Ayach 等^[6]通过将频效优化问题转化为稀疏近似问题,并通过正交匹配追踪 (OMP, orthogonal matching pursuit)^[7]算法优化单用户 MIMO 系统的下行频效。Kaushik 等^[8]在研究单用户 MIMO 系统频效时,设计混合预编码方案,并提出最优化系统频效的算法,但其只考虑了算法的优化问题,在系统编解码复杂度方面没有进行深入研究。Ahrens 等^[9]在研究 MIMO 信道对角化的基础上,通过 GMD 方法有效补偿 SVD 时加权子信道的增益差异缺陷。Chen 等^[10]在单用户 MIMO 中讨论了反馈速率较小的前提下,差分 GMD 预编码器对于系统频效的影响,但其系统频效与基站天线数、信噪比的关系仍然不明确,难以在实际通信环境中推广。

基于毫米波 Massive-MIMO 下行链路系统频效的研究现状,将 GMD 的信道处理方式应用于毫米波 Saleh-Valenzuela (S-V) 信道处理中,相比于基于 SVD 信道处理方式,能够有效降低系统复杂度,并在此基础上,针对移动通信下行链路单用户通信场景,提出一种可适用于毫米波 Massive-MIMO 系统的基于 GMD 混合预编码方案,该方案可在降低系统复杂度的前提下获得最优的系统频效。

1 系统模型

1.1 混合预编码模型

提出的毫米波 Massive-MIMO 系统模型如图 1 所示。为了简化分析,系统仅考虑单小区、单个用户的下行传输场景,基站配置 N_t 根天线和 N_t^{RF} 个射频链,传输数据包含 N_s 个数据流,满足 $N_s \leq N_t^{\text{RF}} \leq N_t$ 。用户接收机配置 N_r 根天线和 N_r^{RF} 个射频链,满足 $N_s \leq N_r^{\text{RF}} \leq N_r$ 。

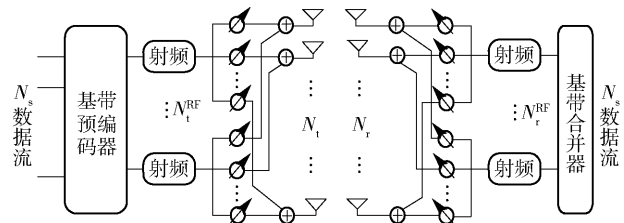


图 1 混合预编码系统模型

混合预编码在基站端完成,由数字预编码 $\mathbf{P}_D \in \mathbb{C}^{N_t^{\text{RF}} \times N_s}$ 和模拟预编码 $\mathbf{P}_A \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t^{\text{RF}}}$ 构成,相应的基站预编码为 $\mathbf{P} = \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D$ 。假设基站发送信号矢量为 \mathbf{s} ,则混合预编码后的信号为

$$\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{s} = \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D \mathbf{s} \quad (1)$$

其中 \mathbf{P} 为基站发射功率,满足 $\text{tr}\{\mathbf{P}\mathbf{P}^H\} \leq N_s$ 。相应地,用户接收的信号矢量为

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \mathbf{H} \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (2)$$

其中: $(\cdot)^H$ 为复共轭转置运算; ρ 为平均接收功率; $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ 为毫米波信道传输矩阵; $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ 为噪声向量,服从复高斯分布,即 $\text{CN}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{N_r})$,其中 σ^2 为噪声方差, \mathbf{I}_{N_r} 为 $N_r \times N_r$ 维单位阵。模拟预编码 \mathbf{P}_A 通过移相器网络实现,且满足恒模限制,即 $|\{\mathbf{P}_A\}_{i,j}| = 1/\sqrt{N_t}$,式中 $\{\cdot\}_{i,j}$ 为矩阵的第 i 行 j 列上的元素, $|\cdot|$ 为取复数的模值。

1.2 信道模型

毫米波信道采用 S-V 模型^[11],信道转移矩阵 \mathbf{H} 可表示为

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{N_t N_r}{L}} \sum_{i=1}^L \beta_i \alpha_r(\Phi_i^r) \alpha_t(\Phi_i^t) \quad (3)$$

其中: L 为 (可分辨) 信道路径数, β_i 为第 i 条路径的复增益, Φ_i^r 和 Φ_i^t 分别为第 i 条路径的到达角 (AoAs, angles of arrival) 和离开角 (AoDs, angles of departure), $\alpha_r(\Phi_i^r)$ 和 $\alpha_t(\Phi_i^t)$ 为用户接收机对应于 Φ_i^r 和基站发射机对应于 Φ_i^t 的天线阵列响应矢量。

对于包含 N 个元素的简单均匀线性阵列 (ULA, uniform linear array), 阵列响应矢量为

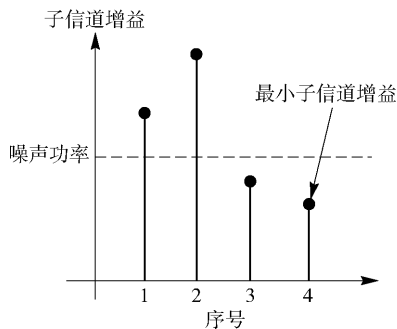
$$\mathbf{d}_{\text{ULA}}(\Phi) = \sqrt{\frac{1}{N}} [1, e^{jk d \sin(\Phi)}, \dots, e^{j(N-1)kd \sin(\Phi)}]^T \quad (4)$$

其中: $k = 2\pi/\lambda$, λ 为波长; d 为天线间隔距离. 由于毫米波传播中有限的空间散射性, 相应的毫米波 MIMO 信道矩阵是低秩矩阵, 所以可以通过有限的射频链获得接近最优的系统频效^[12].

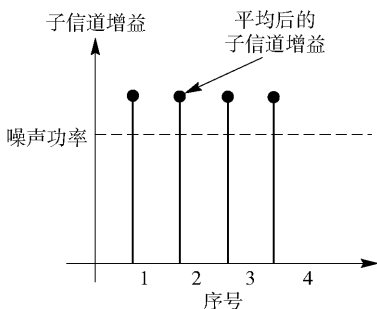
2 基于 GMD 的混合预编码方案

2.1 问题描述

毫米波在传播中有限的空间散射, 使得信道矩阵 \mathbf{H} 的奇异值变化很大^[4], 这导致了不同子信道在功率分配后的信噪比 (SNR, signal to noise ratio) 差异较大, 如图 2(a) 所示. 在相同的调制/解调方式下, 所有子信道的误码率由最低 SNR 的子信道决定. 为了保证所有子信道保持相似的误码率, 基于 SVD 的预编码方案需要对各子信道进行谨慎的比特分配, 这将使系统编/解码环节复杂度大大增加^[13]. 然而, 信道 \mathbf{H} 采用 GMD 方法能有效地均衡各子信道的 SNR^[9-10], 如图 2(b) 所示, 避免了复杂的子信道比特分配和功率加载过程, 并降低系统编解码复杂度, 从而整体上降低系统复杂度. 基于此, 将设计基于 GMD 混合预编码优化矩阵, 以图在较



(a) 传统SVD混合预编码



(b) 提出的GMD混合预编码

图2 子信道增益

低的编解码和调制解调复杂度下, 得到系统频效的优化值. 由式(2)得系统频效为^[14]

$$R = \text{lb} \left(\det \left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \mathbf{H} \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D \mathbf{P}_D^H \mathbf{P}_A^H \mathbf{H}^H \right) \right) \quad (5)$$

为了使 R 最优, 必须对多个参数进行优化. 在毫米波预编码情况下, \mathbf{P}_A 和 \mathbf{P}_D 在非凸约束的条件下难以得到准确解. 为了简化预编码设计, 采用解耦方式设计基站和用户端的预编码及解码矩阵^[6].

2.2 基于 GMD 的系统频效优化函数

由文献[5]可知, 对于任意的具有秩为 N_s 、奇异值为 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{N_s}$ 的复信道矩阵 \mathbf{H} 可表示为

$$\mathbf{H} = \mathbf{G}_{\text{GMD}} \mathbf{R}_{\text{GMD}} \mathbf{Q}_{\text{GMD}}^H = [\mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & * \\ 0 & \mathbf{R}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^H \\ \mathbf{Q}_2^H \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中: $\mathbf{G}_{\text{GMD}} = [\mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2] \in C^{N_r \times N_r}$, $\mathbf{G}_1 \in C^{N_r \times N_s}$ 为包含酉矩阵 \mathbf{G}_{GMD} 左起 N_s 列向量的半正定矩阵; $\mathbf{Q}_{\text{GMD}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^H \\ \mathbf{Q}_2^H \end{bmatrix} \in C^{N_t \times N_t}$ 为酉矩阵, $\mathbf{Q}_1 \in C^{N_t \times N_s}$ 为包含酉矩阵 \mathbf{Q}_{GMD} 左起 N_s 列向量的半正定矩阵; $\mathbf{R}_{\text{GMD}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & * \\ 0 & \mathbf{R}_2 \end{bmatrix} \in C^{N_r \times N_t}$ 为含有矩阵 \mathbf{H} 奇异值的对角矩阵. 其中, $\mathbf{R}_1 \in C^{N_s \times N_s}$ 是一个具有相同对角元素的上三角矩阵, 它的对角元素包含矩阵 \mathbf{H} 的前 N_s 个奇异值的几何均值. 即对于 \forall_i , 有 $r_{i,i} = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{N_s})^{1/N_s} = \bar{r}$ 成立, $r_{i,i}$ 等效为 GMD 处理后的并行子信道增益, $\sigma_1, \dots, \sigma_{N_s}$ 为 \mathbf{H} 的奇异值. $\mathbf{R}_2 \in C^{(N_r - N_s) \times (N_t - N_s)}$ 为三角矩阵, 其对角元素为矩阵 \mathbf{H} 自 N_s 之后的奇异值, $*$ 对应的矩阵元素为任意值. 由于仅有 N_s 个传输数据流, 在此只考虑前 N_s 个奇异值的几何均值.

通过式(6)将对信道矩阵 \mathbf{H} 进行 GMD 处理, 则处理后的系统频效函数可表示为

$$R = \text{lb} \left(\det \left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \mathbf{R}_2^H \mathbf{Q}_{\text{GMD}}^H \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D \mathbf{P}_D^H \mathbf{P}_A^H \mathbf{Q}_{\text{GMD}} \right) \right) \quad (7)$$

假设 $\mathbf{P} = \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D$ 非常接近最优酉矩阵 $\mathbf{Q}_{\text{res}} = \mathbf{Q}_1$, 则可以得到以下 2 个近似结论^[6]:

1) 矩阵 $\mathbf{I}_{N_s} - \mathbf{Q}_1^H \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D \mathbf{P}_D^H \mathbf{P}_A^H \mathbf{Q}_1$ 的特征值较小, 因此在毫米波预编码中可等价表示为 $\mathbf{Q}_1^H \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D \approx \mathbf{I}_{N_s}$;

2) 更进一步, 由于 $\mathbf{Q}_2^H \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D$ 的奇异值较小, 可

等效为 $\mathbf{Q}_1^H \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D \approx 0$, 因此可得到如下变换式:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{\text{GMD}}^H \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D \mathbf{P}_D^H \mathbf{P}_A^H \mathbf{Q}_{\text{GMD}} = \\ \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^H \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D \mathbf{P}_D^H \mathbf{P}_A^H \mathbf{Q}_1 & \mathbf{Q}_1^H \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D \mathbf{P}_D^H \mathbf{P}_A^H \mathbf{Q}_2 \\ \mathbf{Q}_2^H \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D \mathbf{P}_D^H \mathbf{P}_A^H \mathbf{Q}_1 & \mathbf{Q}_2^H \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D \mathbf{P}_D^H \mathbf{P}_A^H \mathbf{Q}_2 \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & \mathbf{Q}_{12} \\ \mathbf{Q}_{21} & \mathbf{Q}_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

将式(8)代入式(7)得

$$\begin{aligned} R = \text{lb} \left(\det \left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1^2 & * \\ 0 & \mathbf{R}_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & \mathbf{Q}_{12} \\ \mathbf{Q}_{21} & \mathbf{Q}_{22} \end{bmatrix} \right) \right) \approx \\ \text{lb} \left(\det \left(\mathbf{I}_{N_s} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \mathbf{R}_1^2 \mathbf{Q}_1^H \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D \mathbf{P}_D^H \mathbf{P}_A^H \mathbf{Q}_1 \right) \right) = \\ \text{lb} \left(\left| \mathbf{I}_{N_s} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \mathbf{R}_1^2 \right| \right) - (N_s - \|\mathbf{Q}_1^H \mathbf{P}_A \mathbf{P}_D\|_F^2) \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)的第 1 项可以通过令 $\mathbf{Q}_{\text{res}} = \mathbf{R}_1$ 实现, 第 2 项实际上是格拉斯曼流形 (Grassmann manifold) 上两点 $\mathbf{Q}_{\text{res}} = \mathbf{R}_1$ 和 $(\mathbf{P}_A \mathbf{P}_D)$ 之间的平方和弦距离, 可用欧氏距离 $\|\mathbf{Q}_{\text{res}} - \mathbf{Q}_A \mathbf{Q}_D\|_F$ 代替. 因此, 最大化系统频效的问题可转换为最小化 $\|\mathbf{Q}_{\text{res}} - \mathbf{Q}_A \mathbf{Q}_D\|_F$ 问题.

假设 \mathbf{Q}_{res} 为基于 GMD 的最优预编码, \mathbf{Q}_A 、 \mathbf{Q}_D 分别为相应的模拟预编码和数字预编码, 则转化后的优化目标函数为

$$\begin{aligned} (\mathbf{Q}_A^{\text{opt}}, \mathbf{G}_D^{\text{opt}}) = \arg \min_{\mathbf{Q}_A, \mathbf{Q}_D} \|\mathbf{Q}_{\text{res}} - \mathbf{Q}_A \mathbf{Q}_D\|_F \\ \text{s. t. } |\{\mathbf{Q}_A\}_{i,j}| = 1/\sqrt{N_t}, \\ \text{tr}(\mathbf{Q}_A \mathbf{Q}_D \mathbf{Q}_D^H \mathbf{Q}_A^H) \leq N_s \end{aligned} \quad (10)$$

2.3 转换优化目标函数

为了降低 GMD 变换的复杂性并得到式(10)的优化解, 可以通过引理 1 将优化问题加以转化.

引理 1 假设信道矩阵 \mathbf{H} 的 SVD 为

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H = [\mathbf{U}_1 \mathbf{U}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{\Sigma}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^H \\ \mathbf{V}_2^H \end{bmatrix} \quad (11)$$

信道矩阵的奇异值按降序排列, 则存在酉矩阵 $\mathbf{S}_R \in C^{N_s \times N_s}$, $\mathbf{S}_L \in C^{N_s \times N_s}$ 使得 $\mathbf{Q}_1 = \mathbf{V}_1 \mathbf{S}_R$; $\mathbf{G}_1 = \mathbf{U}_1 \mathbf{S}_L$; $\mathbf{R}_1 = \mathbf{S}_L^T \mathbf{\Sigma}_1 \mathbf{S}_R$.

证明 计算信道矩阵的几何均值 $\bar{r} = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{N_s})^{1/N_s}$, 定义辅助矩阵:

$$\mathbf{R}_1 := \{\mathbf{M}^{(i)}\}^H \mathbf{R}_1 \mathbf{M}^{(i)}, \mathbf{Q}_1 := \mathbf{Q}_1 \mathbf{M}^{(i)}, \mathbf{G}_1 := \mathbf{G}_1 \mathbf{M}^{(i)} \quad (12)$$

其中: “:=” 表示“定义为”, $\mathbf{M}^{(i)}$ 为对应的置换矩阵. 令 $\mathbf{R}_1 = \mathbf{\Sigma}_1$, $\mathbf{Q}_1 = \mathbf{V}_1$, $\mathbf{G}_1 = \mathbf{U}_1$, 并定义 2 个从 \mathbf{I}_{N_s} 中替换含有 4 个元素 $\{\mathbf{N}_L^{(i)}\}_{i,i}$, $\{\mathbf{N}_L^{(i)}\}_{i+1,i+1}$,

$\{\mathbf{N}_L^{(i)}\}_{i,i+1}$, $\{\mathbf{N}_L^{(i)}\}_{i+1,i+1}$ 的子矩阵生成的矩阵 $\mathbf{N}_L^{(i)}$ 和 $\mathbf{N}_R^{(i)}$, 其中的 4 个元素有以下二维矩阵的形式:

$$\mathbf{\Theta}_L^{(i)} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} cr_{i,i} & sr_{i+1,i+1} \\ -sr_{i+1,i+1} & cr_{i,i} \end{bmatrix}, \mathbf{\Theta}_R^{(i)} = \begin{bmatrix} c & -s \\ s & c \end{bmatrix} \quad (13)$$

若 $r_{i,i} = r_{i+1,i+1} = \bar{r}$, 取 $c = 1, s = 0$, 若 $r_{i,i} \neq r_{i+1,i+1}$, 取

$$c = \sqrt{\frac{r^2 - r_{i+1,i+1}^2}{r_{i,i}^2 - r_{i+1,i+1}^2}}, s = \sqrt{1 - c^2} \quad (14)$$

更新 \mathbf{R}_1 、 \mathbf{Q}_1 和 \mathbf{G}_1 , 则

$$\mathbf{R}_1 := \mathbf{N}_L^{(i)} \mathbf{R}_1 \mathbf{N}_R^{(i)}, \mathbf{Q}_1 := \mathbf{Q}_1 \{\mathbf{N}_L^{(i)}\}^T, \mathbf{G}_1 := \mathbf{G}_1 \mathbf{N}_R^{(i)} \quad (15)$$

进一步得

$$\mathbf{R}_1^{i+1} = \mathbf{\Theta}_L^{(i)} \begin{bmatrix} r_{i,i} & 0 \\ 0 & r_{i+1,i+1} \end{bmatrix} \mathbf{\Theta}_R^{(i)} = \begin{bmatrix} \bar{r} & * \\ 0 & \frac{r_{i,i} r_{i+1,i+1}}{\bar{r}} \end{bmatrix} \quad (16)$$

这表明通过 $\mathbf{N}_L^{(i)} \mathbf{R}_1 \mathbf{N}_R^{(i)}$, 就可以使 $r_{i,i} = \bar{r}$, 并且保持其他元素不变. 依次将 \mathbf{R}_i 替换 \mathbf{R}_1 代入计算, 其中 $1 \leq i \leq N_s - 1$.

式(15)表明 $\mathbf{M}^{(i)}$ 、 $\mathbf{N}_L^{(i)}$ 和 $\mathbf{N}_R^{(i)}$ 均为酉矩阵, 且式(16)表明, 通过 GMD 变换只改变了对角元素的取值, 其他元素保持不变. 因此可以构造矩阵 $\mathbf{S}_L = \mathbf{M}^{(1)} \mathbf{N}_R^{(1)} \mathbf{M}^{(2)} \mathbf{N}_R^{(2)} \dots \mathbf{M}^{(N_s)} \mathbf{N}_R^{(N_s)}$ 和 $\mathbf{S}_R = \mathbf{M}^{(1)} \{\mathbf{N}_L^{(1)}\}^T \mathbf{M}^{(2)} \{\mathbf{N}_L^{(2)}\}^T \dots \mathbf{M}^{(N_s)} \{\mathbf{N}_L^{(N_s)}\}^T$, 代入式(15), 得 $\mathbf{R}_1 = \mathbf{S}_L^T \mathbf{\Sigma}_1 \mathbf{S}_R$. 类似地, 有 $\mathbf{Q}_1 = \mathbf{V}_1 \mathbf{S}_R$; $\mathbf{G}_1 = \mathbf{U}_1 \mathbf{S}_L$. 引理 1 得证.

根据引理 1, 式(10)等号右边可以改写为

$$\begin{aligned} \|\mathbf{Q}_{\text{res}} - \mathbf{Q}_A \mathbf{Q}_D\|_F &= \|\mathbf{R}_1 - \mathbf{Q}_A \mathbf{Q}_D\|_F = \\ &= \|\mathbf{V}_1 \mathbf{S}_R - \mathbf{Q}_A \mathbf{Q}_D\|_F = \\ &= \|\mathbf{V}_1 - \mathbf{Q}_A \mathbf{Q}_D \{\mathbf{S}_R\}^H\|_F = \\ &= \|\mathbf{V}_1 - \mathbf{Q}_A \tilde{\mathbf{Q}}_D\|_F \end{aligned} \quad (17)$$

等式第 3 步成立的条件是因为 F 范数在矩阵旋

转下保持不变, 且有 $\tilde{\mathbf{Q}}_D = \mathbf{Q}_D \{\mathbf{S}_R\}^H$.

将式(17)代入式(10)可得

$$\begin{aligned} (\mathbf{Q}_A^{\text{opt}}, \mathbf{G}_D^{\text{opt}}) &= \arg \min_{\mathbf{Q}_A, \tilde{\mathbf{Q}}_D} \|\mathbf{V}_1 - \mathbf{Q}_A \tilde{\mathbf{Q}}_D\|_F \\ \text{s. t. } |\{\mathbf{Q}_A\}_{i,j}| &= 1/\sqrt{N_t}, \\ \text{tr}(\mathbf{Q}_A \tilde{\mathbf{Q}}_D \mathbf{Q}_D^H \tilde{\mathbf{Q}}_A^H) &\leq N_s \end{aligned} \quad (18)$$

至此, 目标函数式(10)得到了有效的转化.

2.4 优化目标函数求解

观察式(18),虽然 \mathbf{Q}_A 和 \mathbf{Q}_D 是相互耦合的,但由于 \mathbf{Q}_A 的元素有恒模约束,故可通过解耦方式分别设计 \mathbf{Q}_A 和 \mathbf{Q}_D ^[6],即当设计 \mathbf{Q}_A 时, \mathbf{Q}_D 保持不变,反之亦然. 因为 $\alpha_i(\Phi_i^1)$ 的恒模量的元素满足 $|\{\mathbf{Q}_A\}_{i,j}| = 1/\sqrt{N_t}$ 的约束,加之 \mathbf{V}_1 的列向量构成了信道行向量空间的正交基,因此 \mathbf{V}_1 可以看作 $\alpha_i(\Phi_i^1)$ 的线性组合. 通过 $\mathbf{Q}_A \tilde{\mathbf{Q}}_D$ 逼近 \mathbf{V}_1 ,可得到 \mathbf{Q}_A 和 \mathbf{Q}_D 的最优解. 为此必须合理地从 $\alpha_i(\Phi_i^1)$ 中找到“最佳”的 N_t^{RF} 个阵列响应向量构成 \mathbf{Q}_A 的列,故模拟预编码的设计问题可以转换为

$$\begin{aligned} \mathbf{T} = \arg \min_{\mathbf{T}} & \|\mathbf{V}_1 - \mathbf{A}_t \mathbf{T} \tilde{\mathbf{Q}}_D\|_F \\ \text{s. t.} & \|\text{diag}(\mathbf{T} \mathbf{T}^H)\|_0 = N_t^{\text{RF}} \\ & \text{tr}(\mathbf{A}_t \mathbf{T} \tilde{\mathbf{Q}}_D \mathbf{D}_D^H \mathbf{T}^H \mathbf{A}_t^H) \leq N_s \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $\mathbf{A}_t = [\alpha_1(\Phi_1^1), \alpha_1(\Phi_2^1), \dots, \alpha_1(\Phi_L^1)]$ 是一个 $N_t \times L$ 的矩阵,稀疏约束 $\|\text{diag}(\mathbf{T} \mathbf{T}^H)\|_0 = N_t^{\text{RF}}$ 表明 \mathbf{T} 不可能有超过 N_t^{RF} 非零行. 当 \mathbf{T} 只有 N_t^{RF} 非零行时, \mathbf{A}_t 中 N_t^{RF} 非零列才能被有效地选出作为模拟预编码矩阵.

式(19)是一个稀疏重建问题,能够通过基追踪^[6]的方法求解. 当模拟预编码码 \mathbf{Q}_A 确定后,数字预编码设计问题可转换为求 F 范数最小化问题,即

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_D^{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{Q}_D} & \|\mathbf{V}_1 - \mathbf{Q}_A \tilde{\mathbf{Q}}_D\|_F \\ \text{s. t.} & \text{tr}(\mathbf{Q}_A \tilde{\mathbf{Q}}_D \tilde{\mathbf{Q}}_D^H \mathbf{Q}_A^H) \leq N_s \end{aligned} \quad (20)$$

式(20)的最优解有一个最小二乘法^[11]的形式,即

$$\tilde{\mathbf{Q}}_D = \{\mathbf{Q}_A\}^\dagger \mathbf{V}_1 \quad (21)$$

进一步有

$$\mathbf{Q}_D = \tilde{\mathbf{Q}}_D \mathbf{S}_R = \{\mathbf{Q}_A\}^\dagger \mathbf{V}_1 \mathbf{S}_R \quad (22)$$

根据最小二乘法矩阵的推导可知

$$\mathbf{Q}_D = (\mathbf{Q}_A^H \mathbf{Q}_A)^{-1} \mathbf{Q}_A^H \mathbf{V}_1 \quad (23)$$

根据以上分析,“最佳”的模拟预编码矩阵的选择问题是一个稀疏重建问题,通过基追踪的原理可以求解. 得到模拟预编码后,利用最小二乘法最优解方法可得到最优的数字预编码矩阵 $\mathbf{Q}_D^{\text{opt}}$.

3 基于 GMD 的混合预编码优化算法

3.1 全连接结构下的优化算法

全连接结构下,混合预编码仅考虑基站端的编

码,用户接收机可以根据接收信号进行相应的解码处理,式(18)的最优解算法由 2 个环节构成,前者通过 for 循环将 GMD 变换得到的残差矩阵 \mathbf{Q}_1 作为最优预编码矩阵, \mathbf{G}_1^H 作为合并矩阵代入 OMP 方法,得到 \mathbf{Q}_A 和 \mathbf{Q}_D . 后者对 \mathbf{Q}_D 执行引理 1 对应的变换,并对有效预编码矩阵进行归一化,以满足发射功率的约束.

算法 1 伪代码

输入: 基于 GMD 的最优预编码矩阵 \mathbf{Q}_{res} , 发射端射频链数 N_t^{RF} , 发射天线数 N_t , 接收天线数 N_r , 阵列响应向量矩阵 \mathbf{A}_t ;

输出: 模拟预编码矩阵 \mathbf{Q}_A , 数字预编码矩阵 \mathbf{Q}_D ;

初始化: 计算 $[\mathbf{S}_1 \mathbf{V}_1 \mathbf{D}_1] = \text{SVD}(\mathbf{H})$, $[\mathbf{Q} \mathbf{R} \mathbf{P}] = \text{GMD}(\mathbf{S}_1 \mathbf{V}_1 \mathbf{D}_1)$, $\mathbf{Q}_A =$ 空矩阵, $\mathbf{Q}_{\text{res}} = \mathbf{P}(:, 1:N_s)$;

For $i \leq N_t^{\text{RF}}$

$$\mathbf{A}_t = 1/\sqrt{N_t} \mathbf{e}^{(\text{jangle}(\mathbf{S}_1))}$$

$$\Phi = \mathbf{A}_t^H \mathbf{Q}_{\text{res}}; k = \arg \max_{l=1, \dots, L} (\Phi \Phi^H)_{l,l};$$

$$\mathbf{Q}_A = [\mathbf{Q}_A, \mathbf{A}_t(:, k)]; ;$$

$$\mathbf{Q}_D = (\mathbf{Q}_A^H \mathbf{Q}_A)^{-1} \mathbf{Q}_A^H \mathbf{V}_1;$$

$$\mathbf{Q}_{\text{res}} = \frac{\mathbf{Q}_{\text{res}} - \mathbf{Q}_A \mathbf{Q}_D}{\|\mathbf{Q}_{\text{res}} - \mathbf{Q}_A \mathbf{Q}_D\|_F};$$

End For

根据实现引理 1 转换关系生成 \mathbf{S}_R , 得到 $\mathbf{Q}_D = \mathbf{Q}_D \mathbf{S}_R$;

$$\text{归一化 } \mathbf{Q}_D = \sqrt{N_s} \frac{\mathbf{Q}_D}{\|\mathbf{Q}_A \mathbf{Q}_D\|_F}$$

需要指出的是,由于运用引理 1 中的转换关系进行计算,过程中不需要计算 \mathbf{S}_R ,仅仅是在 \mathbf{Q}_D 的每个阶段都应用相应的置换和乘法运算即可. 因此,生成 \mathbf{Q}_D 的运算复杂度为 $O((N_s + N_t) N_s)$ ^[15],相应的算法 1 的复杂度为 $O((N_t^{\text{RF}})^2 N_t N_s)$. 而 Golub-Kahan 双对角化方案^[16] (通常是计算 SVD 的第 1 步)的计算复杂度为 $O(N_s N_t K)$,这表明基于 GMD 的混合预编码在优化系统频效的算法复杂度方面与传统的基于 SVD 的混合预编码相比只会额外增加较小的算法复杂度,这是因为需要计算 \mathbf{Q}_A 的伪逆. 就整体系统复杂度而言,运用该算法 1 的 GMD 预编码方案能有效避免复杂的比特分配问题,降低编/解码的难度,复杂度远远低于基于 SVD 预编码方案.

3.2 部分连接结构下的优化算法

部分连接结构下,混合预编码最优解算法的前一环节通过选择矩阵 \mathbf{G}_0 将信道 \mathbf{H} 进行变换得到所需的辅助矩阵 $\mathbf{G}^{[11]}$. 后一环节根据文献[11]中部分连接结构下模拟和数字预编码之间的关系,利用 GMD 变换得到的酉矩阵进一步计算出该变换下符合条件的 \mathbf{Q}_A 和 \mathbf{Q}_D , 然后对 \mathbf{Q}_D 执行引理 1 对应的变换,并对有效预编码矩阵进行归一化以满足发射功率的约束. 假设每个链连接的天线数 $M = N_t / N_t^{\text{RF}}$, 基站采用 K 个 RF 链去传输 K 个数据流, 即 $K = N_t^{\text{RF}} = N_s$, 且基站拥有完全的信道状态信息 \mathbf{H} .

算法 2 伪代码

输入: 信道矩阵 \mathbf{H} , 发射天线数 N_t , 接收天线数 N_r ;

输出: 模拟预编码矩阵 \mathbf{Q}_A , 数字预编码矩阵 \mathbf{Q}_D ;

初始化: 计算 $\mathbf{G}_0 = \mathbf{H}^H \text{inv}(\text{eye}(N_r)) \mathbf{H}$,

$\mathbf{G} = [\text{eye}(N_s), \text{zeros}(N_s, N_s(N_t^{\text{RF}} - 1))] \mathbf{G}_0 \times$
 $[\text{eye}(N_s), \text{zeros}(N_s, N_s(N_t^{\text{RF}} - 1))]^H$,

For $i \leq N_t^{\text{RF}}$

$[\mathbf{S} \ \mathbf{V} \ \mathbf{D}] = \text{SVD}(\mathbf{G})$

$[\mathbf{Q} \ \mathbf{R} \ \mathbf{P}] = \text{GMD}(\mathbf{S} \ \mathbf{V} \ \mathbf{D})$

$\mathbf{v}_1 = \mathbf{P}(:, 1)$;

$\mu = \mathbf{R}(1, 1)$;

$a(:, i) = 1 / \sqrt{N_t} e^{(\text{jangle}(\mathbf{v}_1))}$;

$\mathbf{Q}_A = a(:, i)$;

$d(i) = \text{norm}(\mathbf{v}_1, 1) / \sqrt{N_t}$;

$\mathbf{p}(:, i) = (1/N_s) \text{norm}(\mathbf{v}_1, 1) \times$

$e^{(\text{jangle}(\mathbf{v}_1))}$;

$\mathbf{G} = \mathbf{G} - \frac{(\rho/N\sigma^2)\mu^2\mathbf{v}_1\mathbf{v}_1^H}{1 + (\rho/N\sigma^2)\mu}$

End For

$\mathbf{Q}_D = \text{diag}(d)$;

根据实现引理 1 转换关系生成 \mathbf{S}_R , 得到 $\mathbf{Q}_D =$

$\mathbf{Q}_D \mathbf{S}_D$;

归一化 $\mathbf{Q}_D = \sqrt{N_s} \frac{\mathbf{Q}_D}{\|\mathbf{Q}_A \mathbf{Q}_D\|_F}$

上述算法中,生成辅助矩阵 \mathbf{G} 的运算复杂度为 $O(M^2(N_t^{\text{RF}}S + N_r))^{[17]}$, 生成 \mathbf{Q}_D 的运算复杂度为

$O((K + N_t)K)$, 所以算法 2 的复杂度为 $O(K^2(N_t^{\text{RF}}S + N_r) + K^2 + N_tK)$, 而 El Ayach 等^[6]所提的算法复杂度为 $O((N_t^{\text{RF}})^4M + (N_t^{\text{RF}})^2L^2 + (N_t^{\text{RF}})^2M^2L)$, 考虑典型的毫米波通信系统中 $N_t^{\text{RF}} = 8, M = 8, N_t = 64, N_r = 16, L = 3, S = 5^{[11]}$. 通过分析上述的复杂度解析式可知,所提算法复杂度较 El Ayach 等^[6]所提算法复杂度更低,这说明 GMD 在处理部分连接结构应用上复杂度也有较好的表现.

4 仿真结果分析

通过仿真来分析基于 GMD 的混合预编码方案与空间稀疏预编码的性能. 仿真环境设置如下: 基站采用 ULA 发射天线阵列, 天线数分别为 64 和 256, 用户端天线数对应为 16 和 64, 天线间隔 $d = \lambda/2$. 基站和用户端的射频链个数均为 $N_t^{\text{RF}} = N_r^{\text{RF}} = 8$, 载波频率为 28 GHz. 采用 S-V 信道模型, 有效路径数 $L = 3$, 每条路径的复增益服从分布 $\text{CN}(0, 1)$, 两端天线的方位角 AoA 和 AoD 服从在 $[-\pi/2, \pi/2]$ 上的均匀分布, 信噪比为 $\rho/\sigma^2 n$. 对于最优无约束预编码方案, 采用注水功率分配方案. 对于基于 SVD 和 GMD 预编码方案中所有的子信道均采用 16QAM 的调制方法.

图 3 所示为发射天线数为 256, 接收端天线数为 64 时所提算法 1 在不同迭代次数下的频效性能曲线. 从图 3 可以看出, 随着迭代次数的增加, 系统频效逐渐增加. 当迭代次数达到 100 时, 算法 1 基本收敛. 说明在应用 GMD 信道处理方法下, 所提算法对于系统频效的可行性.

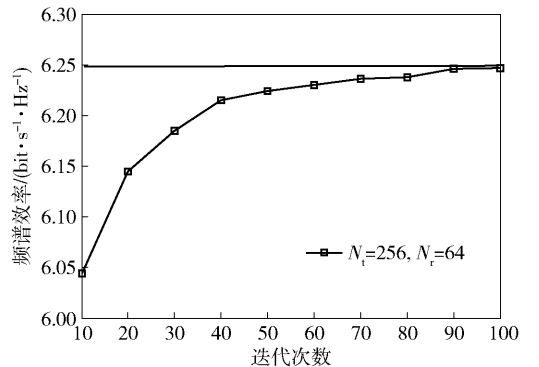


图 3 不同迭代次数下的频效比较

图 4 所示为在两端射频链数均为 8, 传输数据流 $N_s = 4$ 时, 基站天线数不同时的频效随 SNR 的变化趋势. 从图中可以看出: 1) 基于 GMD 的混合预编码方法在基站天线数目不同时所获得的系统频效

均优于 El Ayach 等^[6]提出的方案;2) 随着发射天线数的增加,系统频效逐渐增加;随着 SNR 的增加,频效增幅逐渐变大,这说明天线规模越大,频效性能越好,但因为有最大发射功率的限制,故频效增幅有极值;3) 基站天线数目增加到一定值时,所提方案能接近最优预编码的性能。

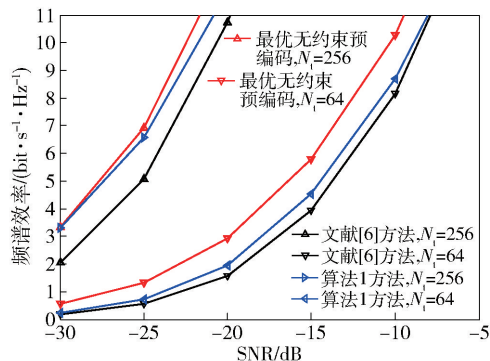


图4 不同 SNR 下的全连接结构系统频效性能

图5所示为在两端射频链数均为8,传输数据流 $N_s=4$,发射天线数为64时,2种天线连接方式下系统频效性能随 SNR 的变化趋势。从图中可以看出:1) 在部分连接结构下,基于 GMD 的混合预编码方案的性能均优于传统模拟预编码;2) 所提预编码方案的频效性能与该传输结构下的最优预编码方案相当,说明所提方案达到了近优性能;3) 当 SNR 达到 10 dB 时,所提方案在部分连接传输结构下的频效性能近似达到了在全连接结构下 El Ayach 等^[6]所提方案的 80%。综合考虑笔者所提方案在保证系统复杂度基础上,具有良好的可拓展性和较好的频效性能。

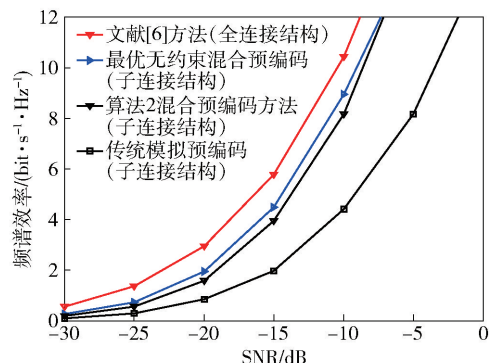


图5 不同传输结构下的系统频效性能

5 结束语

针对奇异值分解下的不同子信道信噪比变化较

大,导致系统复杂度增加和编/解码难度加大的问题,提出基于 GMD 的混合预编码方案。与 El Ayach 等^[6]所提方案相比,提出的预编码方案能有效地均衡子信道信噪比从而降低系统整体的复杂度。同时,为了更好地应用于实际通信场景,将该编码拓展到部分连接传输结构中,也得到了较好的频效性能。仿真结果表明,所提出的混合预编码方案在不同基站天线数目下的频效性能均优于正交匹配追踪^[6]方案,且可以应用于现有的 2 种传输结构,应用性较强。

此外,提出的算法及结论是在理想信道状态下得出的,对于在更加复杂的更普适的通信场景中的算法和结论尚需进一步研究。

参考文献:

- [1] Rappaport T S, Sun S, Mayzus R, et al. Millimeter wave mobile communications for 5G cellular: it will work! [J]. IEEE Access, 2013, 1(1): 335-349.
- [2] Zhang Jiayi, Dai Linglong, Li Xu, et al. On low-resolution ADCs in practical 5G millimeter-wave massive MIMO systems[J]. IEEE Communications Magazine, 2018, 56(7): 205-211.
- [3] Wang Bolei, Gao Feifei, Jin Shi, et al. Spatial-and frequency-wideband effects in millimeter-wave massive MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(13): 3393-3406.
- [4] Gao Zhen, Dai Linglong, Mi D, et al. MmWave massive-MIMO-based wireless backhaul for the 5G ultra-dense network[J]. IEEE Wireless Communications, 2015, 22(5): 13-21.
- [5] Jiang Y, Hager W W, Li J. The geometric mean decomposition[J]. Linear Algebra and Its Applications, 2005 (396): 373-384.
- [6] El Ayach O, Rajagopal S, Abu-Surra S, et al. Spatially sparse precoding in millimeter wave MIMO systems[J]. IEEE Transactions On Wireless Communications, 2014, 13(3): 1499-1513.
- [7] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [8] Kaushik A, Thompson J, Yaghoobi M. Sparse hybrid precoding and combining in millimeter wave MIMO systems[C]//Radio Propagation and Technologies for 5G. Durham: IET, 2016.
- [9] Ahrens A, Benavente-Peces C, Cano-Broncano F. Power

- allocation in SVD-and GMD-assisted MIMO systems[J]. Optimization And Engineering, 2016, 17(4): 919-940.
- [10] Chen H C, Lin Y P. Differential feedback of geometrical mean decomposition precoder for time-correlated MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(14): 3833-3845.
- [11] Gao Xinyu, Dai Linglong, Han Shuangfeng, et al. Energy-efficient hybrid analog and digital precoding for mmWave MIMO systems with large antenna arrays[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2016, 34(4): 998-1009.
- [12] Amadori P V, Masouros C. Low RF-complexity millimeter-wave beamspace-MIMO systems by beam selection [J]. IEEE Transactions on Communications, 2015, 63(6): 2212-2223.
- [13] Chao C L, Tsai S H, Hsu T Y. Bit allocation schemes for MIMO equal gain precoding[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2011, 10(5): 1345-1350.
- [14] Goldsmith A, Jafar S A, Jindal N, et al. Capacity limits of MIMO channels[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2003, 21(5): 684-702.
- [15] Jiang Y, Li J, Hager W W. Joint transceiver design for MIMO communications using geometric mean decomposition [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(10): 3791-3803.
- [16] Golub G H, Van Loan C F. Matrix computations[M]. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1983.
- [17] Björnson E, Larsson E G, Debbah M. Massive MIMO for maximal spectral efficiency: how many users and pilots should be allocated? [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2016, 15(2): 1293-1308.