

文章编号:1007-5321(2018)05-0149-04

DOI:10.13190/j.jbupt.2018-181

# 一种基于 EP 的自适应大规模 MIMO 信号检测算法

欧泽良, 杨鸿文

(北京邮电大学 信息与通信工程学院, 北京 100876)

**摘要:** 大规模天线信号检测必须兼顾运算复杂度和性能,而传统算法难以满足要求,为此,结合循环冗余校验码,提出了一种基于期望传播的自适应大规模多输入多输出系统信号检测算法。仿真结果表明,该算法能降低运算复杂度,并保持良好的性能。

**关键词:** 大规模多输入多输出系统; 期望传播; 自适应; 循环冗余校验码

中图分类号: TN911.23

文献标志码: A

## An Adaptive Massive MIMO Signal Detection Algorithm Based on Expectation Propagation

OU Ze-liang, YANG Hong-wen

(School of Information and Communication Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

**Abstract:** Signal detection should take account of both computational complexity and performance in large-scale antenna array while traditional algorithms may not satisfy that requirement. Combined with cyclic redundancy check (CRC), an adaptive signal detection algorithm based on expectation propagation for massive multiple input multiple output (MIMO) systems was proposed. Simulation results showed that the proposed algorithm can keep good performance while reducing computational complexity.

**Key words:** massive multiple input multiple output; expectation propagation; adaptive; cyclic redundancy check

大规模多输入多输出(MIMO, multiple input multiple output)技术被提出以后受到学术界与工业界的广泛关注,将成为第5代移动通信系统(5G, the fifth generation of mobile communications system)的关键技术<sup>[1-4]</sup>。随着天线规模的剧增,大规模MIMO系统信号检测面临新挑战。当天线数达到上百等级时,最大似然检测是不现实的,只能考虑次优的方法<sup>[5]</sup>。其中迫零(ZF, zero forcing)检测和线性最小均方误差(LMMSE, linear minimum mean square error)检测的运算复杂度较低,但效果也较次。串行干扰消除(SIC, successive interference cancellation)与线性最小均方误差结合会使LMMSE检测性能大幅

度提高,但LMMSE-SIC需要执行多次矩阵求逆运算,对大规模天线阵列而言复杂度太高。基于树搜索的检测方法,如QRD-M在天线规模较大时,树的深度与树枝数目激增,其复杂度骤增,且性能下降。

期望传播(EP, expectation propagation)算法是一种随机变量后验概率边缘分布的近似计算方法,由Minka<sup>[6]</sup>于2001年提出,已经在人工智能和机器学习领域得到广泛应用,在信号检测领域<sup>[7]</sup>,也引起了不少学者的关注。笔者结合循环冗余校验,提出一种基于期望传播的自适应大规模MIMO信号检测方法,可显著降低EP迭代次数,从而降低算法运算复杂度,同时能保证检测性能基本不受影响。

收稿日期: 2018-08-08

作者简介: 欧泽良(1991—),男,博士生, E-mail: ouzeliang@bupt.edu.cn; 杨鸿文(1964—),男,教授,博士生导师。

## 1 系统模型及 EP 算法

假设系统中有  $N_t$  根发送天线和  $N_r$  根接收天线. 用列向量  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{N_t})^T \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$  表示发送信号, 其元素以独立等概方式取值于星座图  $S = \{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_M\}$ . 令  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$  表示 MIMO 信道矩阵, 则接收信号为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (1)$$

其中  $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$  表示加性高斯白噪声, 其元素是独立同分布的零均值循环对称复高斯随机变量, 方差均为  $\sigma^2$ . 假设接收端理想已知信道  $\mathbf{H}$  和  $\sigma^2$ .

MIMO 检测的任务是根据收到信号  $\mathbf{y}$  来估计发送信号  $\mathbf{x}$ . 考虑使用贝叶斯估计方法, 将后验均值作为估计值, 则  $x_i, i=1, 2, \dots, N_t$  的估计值为

$$\hat{x}_i = \int x_i p(x_i | \mathbf{y}) dx_i \quad (2)$$

其中  $p(x_i | \mathbf{y})$  是联合后验概率密度分布  $p(\mathbf{x} | \mathbf{y})$  的边缘分布. 根据贝叶斯公式

$$p(\mathbf{x} | \mathbf{y}) \propto p(\mathbf{y} | \mathbf{x}) p(\mathbf{x}) \quad (3)$$

其中  $\propto$  表示正比于, 两者只相差一个系数.  $p(\mathbf{x})$  为向量  $\mathbf{x}$  的先验概率密度函数:

$$p(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^{N_t} \left\{ \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \delta(x_i - \Omega_m) \right\} \quad (4)$$

$p(\mathbf{y} | \mathbf{x})$  为信道的转移概率密度函数:

$$p(\mathbf{y} | \mathbf{x}) \propto \text{CN}(\mathbf{y}; \mathbf{H}\mathbf{x}, \sigma^2 \mathbf{I}) \quad (5)$$

其中  $\text{CN}(\mathbf{y}; \mathbf{H}\mathbf{x}, \sigma^2 \mathbf{I})$  表示循环对称复高斯向量  $\mathbf{y}$  的概率密度函数, 其均值为  $\mathbf{H}\mathbf{x}$ , 协方差矩阵为  $\sigma^2 \mathbf{I}$ .

为了求解式(2), EP 用高斯分布对后验概率密度分布做近似, 且限定高斯分布的协方差矩阵为对角阵. 首先用一个循环对称高斯分布替换先验概率密度分布  $p(\mathbf{x})$ , 得到

$$q(\mathbf{x} | \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\Lambda}) \propto \text{CN}(\mathbf{y}; \mathbf{H}\mathbf{x}, \sigma^2 \mathbf{I}) \text{CN}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\Lambda}^{-1} \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\Lambda}^{-1}) \quad (6)$$

其中向量  $\boldsymbol{\gamma}$ 、对角阵  $\boldsymbol{\Lambda}$  是函数  $q$  的参数.

由式(6)知  $q(\mathbf{x} | \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\Lambda})$  也服从循环对称复高斯分布, 即

$$q(\mathbf{x} | \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\Lambda}) \propto \text{CN}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \quad (7)$$

其中

$$\left\{ \begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma} &= (\sigma^{-2} \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \boldsymbol{\Lambda})^{-1} \\ \boldsymbol{\mu} &= \boldsymbol{\Sigma} (\sigma^{-2} \mathbf{H}^H \mathbf{y} + \boldsymbol{\gamma}) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中  $(\cdot)^H$  表示共轭转置.

然后构造

$$q_{\text{EP}}(\mathbf{x} | \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\Lambda}) \propto \text{CN}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}, \text{diag}(\boldsymbol{\Sigma})) \quad (9)$$

其中  $\text{diag}(\boldsymbol{\Sigma})$  表示只保留矩阵  $\boldsymbol{\Sigma}$  的对角线元素所形成的对角阵. 用  $q_{\text{EP}}(\mathbf{x} | \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\Lambda})$  作为目标后验概率密度  $p(\mathbf{x} | \mathbf{y})$  的近似, 其边缘分布为

$$\begin{aligned} q_{\text{EP}}(x_i) &\propto \text{CN}(x_i; \mu_i, \Sigma_i) = \\ &q^{\text{vi}}(x_i) \text{CN}\left(x_i; \frac{\gamma_i}{\Lambda_i}, \frac{1}{\Lambda_i}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $\mu_i$  为  $\boldsymbol{\mu}$  的第  $i$  个元素,  $\Sigma_i$  为  $\boldsymbol{\Sigma}$  对角线的第  $i$  个元素,  $\gamma_i$  为  $\boldsymbol{\gamma}$  的第  $i$  个元素,  $\Lambda_i$  为  $\boldsymbol{\Lambda}$  对角线的第  $i$  个元素,  $q^{\text{vi}}(x_i) \propto \text{CN}(x_i; \mu^{\text{vi}}, \Sigma^{\text{vi}})$  也是一个高斯分布, 其均值  $\mu^{\text{vi}}$  和方差  $\Sigma^{\text{vi}}$  为

$$\left\{ \begin{aligned} \Sigma^{\text{vi}} &= \left( \frac{1}{\Sigma_i} - \Lambda_i \right)^{-1} \\ \mu^{\text{vi}} &= \Sigma^{\text{vi}} \left( \frac{\mu_i}{\Sigma_i} - \gamma_i \right) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

构造概率密度函数  $h(x_i) \propto q^{\text{vi}}(x_i) p(x_i), i=1, 2, \dots, N_t$ , 其中  $p(x_i)$  为  $p(\mathbf{x})$  的边缘分布, 然后计算

$$\left\{ \begin{aligned} \mu'_i &= E_{h(x_i)} \{x_i\} = \int x_i h(x_i) dx_i \\ \Sigma'_i &= E_{h(x_i)} \{|x_i - \mu'_i|^2\} = \int |x_i - \mu'_i|^2 h(x_i) dx_i \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

将以上数字特征传递给  $q_{\text{EP}}(x_i)$ , 使得

$$\left\{ \begin{aligned} E_{q_{\text{EP}}(x_i)} \{x_i\} &= E_{h(x_i)} \{x_i\} = \mu'_i \\ E_{q_{\text{EP}}(x_i)} \{|x_i - \mu'_i|^2\} &= E_{h(x_i)} \{|x_i - \mu'_i|^2\} = \Sigma'_i \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

因此有  $\text{CN}(x_i; \mu'_i, \Sigma'_i) \propto \text{CN}(x_i; \mu^{\text{vi}}, \Sigma^{\text{vi}}) \text{CN}(x_i; \gamma_i^{\text{new}} / \Lambda_i^{\text{new}}, 1 / \Lambda_i^{\text{new}})$ , 从而把  $\gamma_i$  与  $\Lambda_i$  修正为  $\gamma_i^{\text{new}} = \frac{\mu'_i}{\Sigma'_i} - \frac{\mu^{\text{vi}}}{\Sigma^{\text{vi}}}$  与  $\Lambda_i^{\text{new}} = \frac{1}{\Sigma'_i} - \frac{1}{\Sigma^{\text{vi}}}, i=1, 2, \dots, N_t$ . 为了使迭代更稳定, 加入线性滤波:

$$\left\{ \begin{aligned} \Lambda_i^{\text{new}} &= \alpha \Lambda_i + (1 - \alpha) \left( \frac{1}{\Sigma'_i} - \frac{1}{\Sigma^{\text{vi}}} \right) \\ \gamma_i^{\text{new}} &= \alpha \gamma_i + (1 - \alpha) \left( \frac{\mu'_i}{\Sigma'_i} - \frac{\mu^{\text{vi}}}{\Sigma^{\text{vi}}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

其中  $\alpha$  为介于 0 和 1 之间的阻尼系数.

给定  $\boldsymbol{\gamma}$  与  $\boldsymbol{\Lambda}$  的初始值, 当  $\boldsymbol{\gamma}$  与  $\boldsymbol{\Lambda}$  迭代收敛或迭代结束后, 后验均值  $\hat{\mathbf{x}}$  的估计值取为  $\boldsymbol{\mu}$ .

## 2 自适应 EP 算法

在 EP 算法中, 参数更新过程的计算复杂度主要取决于式(8)中计算矩阵  $\boldsymbol{\Sigma}$  所需的求逆, 其复杂度为  $O(LN_t^3)$  数量级, 其中  $L$  为迭代次数. 对于大规模 MIMO 天线阵列而言, 发送天线数  $N_t$  可达上百的

等级,因此减少式(8)中矩阵求逆的次数对减少设备能耗及复杂度有非常重要的意义。

EP 算法中的迭代次数  $L$  越大,检测性能也越好。在实际当中可以观察到,对于不同的输入信号样本  $y$ ,其达到检测正确所需要的迭代次数并不相同。基于此,参考 Turbo、LDPC 码中普遍采用的做法<sup>[8-9]</sup>,可以考虑在发现检测正确后停止继续迭代。识别检测正确的方法可以有很多,简单起见笔者考虑使用循环冗余校验码(CRC, cyclic redundancy check),如图 1 所示。虽然 CRC 校验比特会带来一些开销,但对于大规模天线系统来说,加入少量 CRC 比特是可以接受的。图 2 示出了所提自适应 EP 算法的流程图。

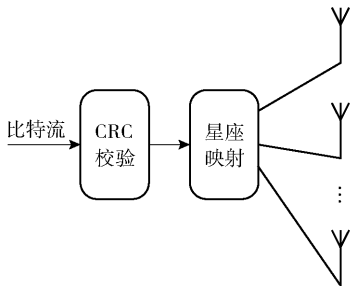


图 1 发送端示意图

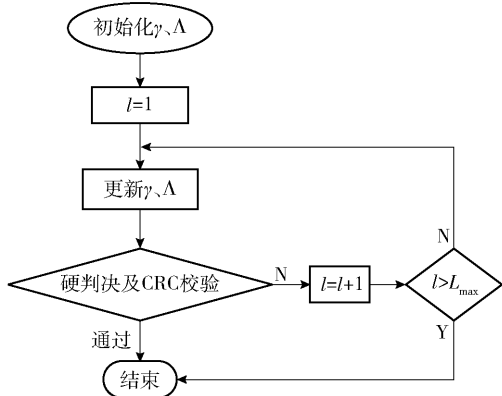


图 2 基于 EP 的自适应检测算法流程

3 仿真结果

下面通过仿真来验证所提的自适应 EP 算法,仿真中采用 QPSK 调制。考虑瑞利信道,  $H$  的元素是独立同分布的零均值复高斯,方差为 1。一般要求接收天线数目不小于发送天线数目,且当接收天线数目远大于发送天线数目时,线性检测即可获得良好效果<sup>[10]</sup>,因此考虑天线配置  $N_r = 160, N_t = 128$  以及  $N_r = N_t = 256$  两种情形。仿真中还考虑了

MMSE、MMSE-SIC 以及 QRD-M 三种常见的经典检测方法作为对比。

图 3 与图 4 分别是  $160 \times 128, 256 \times 256$  两种天线配置下的误符号率(SER, symbol error rate)性能。仿真中,QRD-M 算法中每层的保留分支数  $M$  设为 20,EP 的阻尼系数设为  $\alpha = 0.9$ 。图中“EP”表示固定迭代次数  $L = 5$  的 EP 检测算法,“Proposed EP”表示最大迭代次数为  $L_{\max} = 5$  的自适应 EP 检测算法。采用自适应 EP 检测算法时,发送端在比特序列中插入了 16 位 CRC 校验位。对  $160 \times 128$  配置,净信息比特数是  $128 \times 2 - 16 = 240$  bit,对于  $256 \times 256$  配置,净信息比特数是  $256 \times 2 - 16 = 496$  bit。图中  $E_b/N_0$  已经考虑了 CRC 比特的开销。可以看到,无论是 EP 还是自适应 EP,其 SER 性能都显著优于 LMMSE、LMMSE-SIC 和 QRD-M 算法。在同等 SER 下,自适应 EP 比 EP 略差,这个性能损失由 CRC 校验位开销带来。对于  $160 \times 128$  配置,  $E_b/N_0$  相差  $10\lg(256/240) \approx 0.28$  dB。对于  $256 \times 256$  配置,  $E_b/N_0$  相差  $10\lg(512/496) \approx 0.13$  dB。图 3、图 4 的结果与此一致。

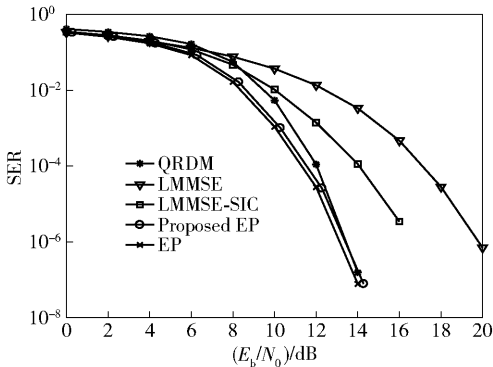


图 3 天线配置为  $160 \times 128$  时, QPSK 的误符号率性能

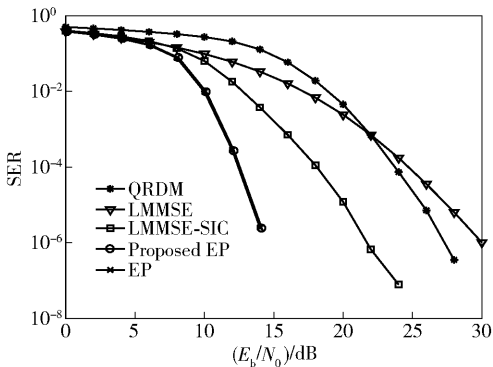


图 4 天线配置为  $256 \times 256$  时, QPSK 的误符号率性能

在计算复杂度方面, LMMSE 只需要做 1 次矩阵

求逆操作,复杂度为  $O(N_t^3)$  数量级. LMMSE-SIC 需要做  $N_t$  次矩阵求逆,每次求逆的矩阵维度递次减小,复杂度为  $O\left(\sum_{i=2}^{N_t} i^3\right)$  数量级,发送天线数  $N_t$  较大时,大致是  $O\left(\frac{1}{4}N_t^4\right)$ . EP 算法的复杂度为  $O(LN_t^3)$  的数量级,其中  $L$  为迭代次数. 自适应 EP 算法的复杂度为  $O(\bar{L}N_t^3)$  的数量级,其中  $\bar{L}$  为平均迭代次数. 仿真中,天线配置为  $N_t = 128$  及 256,而 EP 的迭代次数是 5,所以 EP 的复杂度远低于 LMMSE-SIC. QRD-M 算法需要做 1 次矩阵 QR 分解,然后逐层减枝,在大规模天线下计算复杂度较高且不容易直接衡量<sup>[11]</sup>. 从仿真运行时间来看,在相同平台 (Matlab R2014a, CPU 为 i7-4770, 8 GB 内存)、相同仿真条件 (天线配置  $160 \times 128$ 、信噪比 14 dB,收发 10 万次) 下,QRD-M 算法平均每次实验的运行时间为 0.144 93 s,而 EP 仅需 0.040 53 s,EP 的复杂度低于 QRD-M. 图 5 示出了最大迭代次数  $L_{\max} = 5$  的基于 EP 的自适应检测算法在各  $E_b/N_0$  条件下的平均迭代次数. 随着  $E_b/N_0$  的增加,EP 算法中的迭代收敛速度加快,特别是在高信噪比情况下,自适应 EP 的平均迭代次数近似为 1 次,与 LMMSE 相当. 但其 SER 性能显著优于 LMMSE.

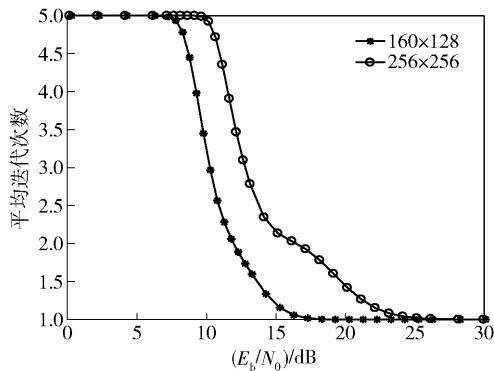


图 5 自适应 EP 的平均迭代次数

## 4 结束语

考虑到器件的功耗,大规模 MIMO 下信号检测必须兼顾运算复杂度与性能. 笔者提出一种基于 EP 的自适应大规模 MIMO 信号检测算法,结合 CRC 校验降低 EP 迭代次数,从而减少高维矩阵求逆的次数,降低算法运算复杂度并保证检测性能.

## 参考文献:

- [1] Marzetta T L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9 (11): 3590-3600.
- [2] Larsson E G, Edfors O, Tufvesson F, et al. Massive MIMO for next generation wireless systems [J]. IEEE Communications Magazine, 2014, 52(2): 186-195.
- [3] 王东明, 张余, 魏浩, 等. 面向 5G 的大规模天线无线传输理论与技术 [J]. 中国科学: 信息科学, 2016, 46 (1): 3-21.
- [4] Wang Dongming, Zhang Yu, Wei Hao, et al. An overview of transmission theory and techniques of large-scale antenna systems for 5G wireless communications [J]. Scientia Sinica Informationis, 2016, 46(1): 3-21.
- [4] 张平, 陶运铮, 张治. 5G 若干关键技术评述 [J]. 通信学报, 2016, 37(7): 15-29.
- [4] Zhang Ping, Tao Yunzheng, Zhang Zhi. Survey of several key technologies for 5G [J]. Journal on Communications, 2016, 37(7): 15-29.
- [5] Yang S, Hanzo L. Fifty years of MIMO detection: the road to large-scale MIMOs [J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2015, 17(4): 1941-1988.
- [6] Minka T P. Expectation propagation for approximate Bayesian inference [C] // Seventeenth Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence. Seattle: Morgan Kaufmann Publishers Inc, 2001: 362-369.
- [7] Cespedes J, Olmos P M, Sánchez-Fernández M, et al. Expectation propagation detection for high-order high-dimensional MIMO systems [J]. IEEE Transactions on Communications, 2014, 62(8): 2840-2849.
- [8] Zhai F, Fair I J. Techniques for early stopping and error detection in turbo decoding [J]. IEEE Transactions on Communications, 2003, 51(10): 1617-1623.
- [9] Li J, You X, Li J. Early stopping for LDPC decoding: convergence of mean magnitude (CMM) [J]. IEEE Communications Letters, 2006, 10(9): 667-669.
- [10] 申滨, 华权, 王倩, 等. 基于矩阵求逆化简的大规模 MIMO 系统线性信号检测 [J]. 北京邮电大学学报, 2016, 39(6): 77-81.
- [10] Shen Bin, Hua Quan, Wang Qian, et al. Linear signal detection based on simplified matrix inversion in massive MIMO systems [J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2016, 39(6): 77-81.
- [11] Kim J S, Moon S H, Lee I. A new reduced complexity ML detection scheme for MIMO systems [J]. IEEE Transactions on Communications, 2009, 58(4): 1-5.