

文章编号:1007-5321(2017)05-0055-06

DOI:10.13190/j.jbupt.2017-009

基于 Jacobi 迭代的大规模 MIMO 系统低复杂度软检测算法

申 滨¹, 赵书锋¹, 黄龙杨²

(1. 重庆邮电大学 移动通信重点实验室, 重庆 400065; 2. 中国民用航空飞行学院, 四川 德阳 618300)

摘要: 基于 Jacobi 迭代提出一种低复杂度信号检测算法,在算法实现中避免了矩阵求逆运算. 数学推导证明,该算法应用于 MMSE 检测时是收敛的,与传统的 Neumann 级数展开方法对比,能达到与其完全相同的检测性能,并且在任意迭代次数下能将复杂度保持在 $O(K^2)$,而后者当级数展开项数大于等于 3 时复杂度上升为 $O(K^3)$. 为了进一步将 Jacobi 迭代应用到软判决中,提出了一种用于信道译码的 LLR 的近似计算方法. 仿真结果表明,经过几次迭代, Jacobi 迭代算法收敛较快,并接近 MMSE 检测性能.

关 键 词: 大规模多输入多输出; 矩阵求逆; 低复杂度; Neumann 级数; Jacobi 迭代; 软判决

中图分类号: TN929.5

文献标志码: A

Low-Complexity Soft-Output Signal Detection Based on Jacobi Iterative Method for Uplink Large-Scale MIMO Systems

SHEN Bin¹, ZHAO Shu-feng¹, HUANG Long-yang²

(1. Chongqing Key Laboratory of Mobile Communications, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China;

2. Civil Aviation Flight University of China, Sichuan Deyang 618300, China)

Abstract: Based on Jacobi iterative method, a low-complexity detection algorithm which can circumvent the matrix inverse operation was proposed. The proposed algorithm was proved to be convergent when it is applied in the MMSE detection scheme, and it can achieve the same performance of the classical Neumann series expansion. Unlike conventional Neumann method with the number of iterations exceeding three ($i \geq 3$), whose computational complexity is increasing to $O(K^3)$, the proposed algorithm can keep it consistently at $O(K^2)$ with arbitrary number of iterations. In order to employ that in soft decision, an approximated method was adopted to compute log-likelihood ratios for soft channel decoding. Simulations verify that the proposed algorithm can converge rapidly and achieve its performance quite close to that of the MMSE algorithm with only a small number of iterations.

Key words: massive multiple-input multiple-output; matrix inversion; low-complicity; Neumann series; Jacobi; soft decision

大规模多输入多输出 (MIMO, multiple-input multiple-output) 系统能够以 2 ~ 3 个数量级的程度提升无线通信系统的频谱利用率和功率利用率^[1-3],

已成为 5G 最具潜力的使能技术和热点研究方向之一. 最小均方误差 (MMSE, minimum mean square error) 检测算法已广泛应用于大规模 MIMO 系统中,

收稿日期: 2017-02-07

基金项目: 国家科技重大专项基金项目(2016ZX03001010-004)

作者简介: 申 滨(1978—), 男, 教授, E-mail: shenbin@cqupt.edu.cn.

可以实现接近最优的检测性能,但这类检测算法引入了复杂度较高 ($O(K^3)$) 的高维矩阵求逆运算. Wu 等^[4]、Kang 等^[5] 以及 Tang 等^[6] 基于 Neumann 级数展开提出了一系列低复杂度解决方案,仅仅将 3 级展开复杂度降低到 $O(K^2)$.

笔者利用 Jacobi 迭代^[7] 与 Neumann 级数展开之间的关系,提出一种基于 Jacobi 迭代的低复杂度检测算法,理论和仿真结果均证明该算法可以在迭代次数比 Neumann 级数展开项数少 1 的情况下实现与其完全相同的检测性能,从而等效地实现将任意项数展开的 Neumann 级数计算复杂度保持在 $O(K^2)$. 此外,为了充分利用软信息并将其应用到软判决中,给出了一种对数似然比 (LLR, log-likelihood ratio) 的近似计算方法,并通过仿真验证了检测性能.

1 系统模型

考虑大规模 MIMO 系统上行链路,该系统由一个配备 N 根天线的基站和 K 个单天线用户组成且满足 $N \gg K$. 令 $\mathbf{s}_c = [s_1, s_2, \dots, s_K]^T$ 表示所有用户同时发送的 $K \times 1$ 维符号向量,其中 $s_k \in \mathcal{O}$ 是来自第 k 个用户的发送符号, \mathcal{O} 是调制符号集. 令 $\mathbf{H}_c \in \mathbb{C}^{N \times K}$ 表示信道矩阵,则基站端接收到的 $N \times 1$ 维信号矢量可以表示为

$$\mathbf{y}_c = \mathbf{H}_c \mathbf{s}_c + \mathbf{n}_c \quad (1)$$

其中 \mathbf{n}_c 是 $N \times 1$ 维均值为 0、协方差矩阵为 $\sigma^2 \mathbf{I}_N$ 的加性高斯白噪声向量. 式 (1) 转化为等价实数模型为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (2)$$

其中: $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^{2K}$, $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{2N \times 2K}$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{2N}$, $\mathbf{n} \in \mathbb{R}^{2N}$, 即有

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{H}_c) & -\Im(\mathbf{H}_c) \\ \Im(\mathbf{H}_c) & \Re(\mathbf{H}_c) \end{bmatrix}, \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{y}_c) \\ \Im(\mathbf{y}_c) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{s}_c) \\ \Im(\mathbf{s}_c) \end{bmatrix}, \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{n}_c) \\ \Im(\mathbf{n}_c) \end{bmatrix}$$

其中 $\Re(\cdot)$ 和 $\Im(\cdot)$ 分别代表实部和虚部.

1.1 MMSE 信号检测

通过 MMSE 滤波,基站接收端对发送信号矢量 \mathbf{s} 的估计为 $\hat{\mathbf{s}}$,则有

$$\hat{\mathbf{s}} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{I}_{2K})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y} = \mathbf{W}^{-1} \hat{\mathbf{y}} \quad (3)$$

其中: $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{H}^H \mathbf{y}$; \mathbf{W} 为 MMSE 检测器的滤波矩阵,可以表示为

$$\mathbf{W} = \mathbf{G} + \sigma^2 \mathbf{I}_{2K} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{G} = \mathbf{H}^H \mathbf{H}$ 为格拉姆矩阵. \mathbf{W}^{-1} 的计算复杂度为 $O(K^3)$, 构成了检测算法实现复杂度的主要成分.

1.2 LLR 的计算

首先要将估计量 $\hat{\mathbf{s}}$ 和计算得到的 \mathbf{W}^{-1} 分别恢复到复数域得到 $\hat{\mathbf{s}}_c$ 和 \mathbf{W}_c^{-1} , 这里令 $\mathbf{U} = \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{G}_c = \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{H}_c^H \mathbf{H}_c$ 表示均衡后的信道矩阵,经过 MMSE 加权矩阵处理之后的均衡信号为

$$\hat{\mathbf{s}}_c = \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{G}_c \mathbf{s}_c + \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{H}_c^H \mathbf{n}_c = \mathbf{U} \mathbf{s}_c + \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{H}_c^H \mathbf{n}_c \quad (5)$$

则第 k 个用户发送的符号估计值为 $\hat{s}_{c,k} = \mu_k s_{c,k} + e_k$, 其中 $\mu_k = [\mathbf{U}]_{kk} = U_{kk}$ 为均衡后的等效信道增益, e_k 为 $\hat{\mathbf{s}}_c$ 中所包含的噪声加干扰项 (NPI, noise plus interference term), 其所对应的方差可以表示为

$v_k^2 = \sum_{j \neq k} |U_{jk}|^2 + E_{kk} \sigma^2$. 这里满足矩阵关系 $\mathbf{E} = \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{H}_c^H (\mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{H}_c^H)^H = \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{G}_c \mathbf{W}_c^{-1}$. 利用文献[4] 给出的 Max-log 方法,可以得出第 k 个用户发送的第 b 个个比特的 LLR $L_{k,b}$ 为

$$L_{k,b} = Y_k \left(\min_{a \in \mathcal{O}_b^0} \left| \frac{\hat{s}_{c,k}}{\mu_k} - a \right|^2 - \min_{a' \in \mathcal{O}_b^1} \left| \frac{\hat{s}_{c,k}}{\mu_k} - a' \right|^2 \right) \quad (6)$$

其中: 系数 $Y_k = \mu_k^2 / v_k^2$ 为第 k 个用户的信号与干扰加噪声比 (SINR, signal-to-interference-plus-noise ratio), \mathcal{O}_b^0 和 \mathcal{O}_b^1 分别为第 b 位为 0 和 1 的调制符号集.

2 基于 MMSE 准则低复杂度检测算法

2.1 Neumann 级数展开

为了降低 \mathbf{W}^{-1} 的计算复杂度, Wu 等^[4] 提出了利用 Neumann 级数展开来近似获得矩阵求逆的结果. 由于当基站端配备的天线数远大于单天线用户数 ($N \gg K$) 时, 矩阵 \mathbf{W} 具有对角占优特性^[1], 即 $\mathbf{W} \approx \mathbf{D}$ 可得

$$\mathbf{W}^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} (-\mathbf{D}^{-1} \mathbf{E})^n \mathbf{D}^{-1} \quad (7)$$

当 $\lim_{n \rightarrow \infty} (-\mathbf{D}^{-1} \mathbf{E})^n = 0$ 时, 式 (7) 级数展开收敛.

若仅展开前 i 项可以得到

$$\mathbf{W}_i^{-1} = \sum_{n=0}^{i-1} (-\mathbf{D}^{-1} \mathbf{E})^n \mathbf{D}^{-1} \quad (8)$$

当 i 的取值较小时, Neumann 级数展开能通过较低的复杂度对 \mathbf{W}^{-1} 进行近似, 但是, 当 $i \geq 3$ 时, 其计算复杂度上升为 $O(K^3)$.

Kang 等^[5] 提出了一种改进的 Neumann 级数展开算法. 当 $i = 3$ 时, 令 $\mathbf{X} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{D}^{-1}$, 取 \mathbf{X} 主

对角线元素及其附近的元素构成矩阵 \mathbf{X}_d , 即

$$\mathbf{W}_3^{-1} = \mathbf{D}^{-1} - \mathbf{D}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{D}^{-1} + \mathbf{X}_d \quad (9)$$

$$\mathbf{X}_d = \text{diag}(\mathbf{X}) + \sum_{i=1}^T \text{diag}_T(\mathbf{X}) \quad (T \geq |i-j|) \quad (10)$$

其中: $\text{diag}(\mathbf{X})$ 为仅保留 \mathbf{X} 的对角元素并将其他所有元素置零的对角矩阵; $\text{diag}_T(\mathbf{X})$ 为仅取与 \mathbf{X} 主对角线距离为 T 的元素构成的矩阵, $T=1, 2, 3, \dots$. 如此处理, 能将 $i=3$ 时的 Neumann 级数展开算法计算复杂度降为 $\mathcal{O}(K^2)$.

2.2 Newton 迭代算法

源于一阶泰勒级数的 Newton 迭代法同样可以通过迭代的方式计算 \mathbf{W}^{-1} 的近似值:

$$\hat{\mathbf{W}}_{\text{newton}}^{(i)} = \hat{\mathbf{W}}_{\text{newton}}^{(i-1)} (2\mathbf{I}_{2K} - \mathbf{W} \hat{\mathbf{W}}_{\text{newton}}^{(i-1)}) \quad (11)$$

其收敛的充要条件为

$$\|\mathbf{I} - \mathbf{W} \hat{\mathbf{W}}_{\text{newton}}^{(0)}\| < 1 \quad (12)$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示矩阵 2 范数. 由于矩阵 \mathbf{W} 具有对角占优特性, 所以设置 $\hat{\mathbf{W}}_{\text{newton}}^{(0)} = \mathbf{D}^{-1}$ 显然满足收敛条件. 当 $i \geq 2$ 时, Newton 迭代算法具有很高的精度, 但是其计算复杂度仍为 $\mathcal{O}(K^3)$. 针对此问题, Tang 等^[6]用 \mathbf{W} 的次对角线及其附近的元素构成的矩阵 $\hat{\mathbf{E}}$ 代替空心矩阵 \mathbf{E} , 即

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{E}}(i, j) &= \mathbf{E}(i, j), \quad |j-i| \leq 2 \\ \hat{\mathbf{E}}(i, j) &= 0, \quad |j-i| > 2 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

如此处理, 使得 Neumann 级数前 2 项可表示为

$$\hat{\mathbf{W}}_2^{-1} = \mathbf{D}^{-1} - \mathbf{D}^{-1} \hat{\mathbf{E}} \mathbf{D}^{-1} \quad (14)$$

令 $\hat{\mathbf{W}}_{\text{newton}}^{(2)} = \hat{\mathbf{W}}_2^{-1}$, 并代入式(11), 有

$$\hat{\mathbf{W}}_{\text{newton}}^{(3)} = \hat{\mathbf{W}}_2^{-1} (2\mathbf{I}_{2K} - \mathbf{W} \hat{\mathbf{W}}_2^{-1}) \quad (15)$$

由于 $|j-i| > 2$ 时 $\hat{\mathbf{W}}_2^{-1}(i, j)$ 为零, 所以 $\hat{\mathbf{W}}_{\text{newton}}^{(3)}$ 的计算复杂度为 $\mathcal{O}(K^2)$.

3 基于 Jacobi 迭代的软输出信号检测

传统的 Neumann 级数展开算法在展开项数较多时其复杂度仍然会上升为 $\mathcal{O}(K^3)$, 因此, 设计一种基于 Jacobi 迭代的检测算法, 将 Neumann 级数任意展开项的复杂度降低为 $\mathcal{O}(K^2)$.

3.1 Jacobi 迭代算法

Jacobi 迭代算法^[7]用来求解形如 $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ 的 N 维线性方程, 将式(3)改写为

$$\mathbf{W}\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{y}} \quad (16)$$

于是, 可在不对 MMSE 滤波矩阵 \mathbf{W} 求逆的情况

下估计出用户发送的信号矢量 $\hat{\mathbf{s}}$, 通过迭代的方式表示:

$$\hat{\mathbf{s}}^{(i)} = \mathbf{D}^{-1} (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{E} \hat{\mathbf{s}}^{(i-1)}) \quad (17)$$

然后将 $\hat{\mathbf{s}}^{(i)}$ 恢复到复数域得到 $\hat{\mathbf{s}}_c^{(i)}$, 这样每次迭代需要的计算复杂度为 $\mathcal{O}(K^2)$.

3.2 结合 Neumann 级数的 Jacobi 迭代算法

由式(3)可以得到对应的 $\hat{\mathbf{s}}_i$ 为

$$\hat{\mathbf{s}}_i = \mathbf{W}_i^{-1} \hat{\mathbf{y}} = \left(\sum_{n=0}^{i-1} (-1)^n (\mathbf{D}^{-1} \mathbf{E})^n \mathbf{D}^{-1} \right) \hat{\mathbf{y}} \quad (18)$$

用 \mathbf{D}^{-1} 代替 \mathbf{W}^{-1} 可以设置式(17)中初始解 $\hat{\mathbf{s}}^{(0)}$ 为

$$\hat{\mathbf{s}}^{(0)} = \mathbf{D}^{-1} \hat{\mathbf{y}} \quad (19)$$

通过计算可以得到

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}^{(1)} &= \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{I}_{2K} - \mathbf{E} \mathbf{D}^{-1}) \hat{\mathbf{y}} \\ \hat{\mathbf{s}}_2 &= (\mathbf{D}^{-1} - \mathbf{D}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{D}^{-1}) \hat{\mathbf{y}} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

则式(17)和(18)之间存在如下关系:

$$\hat{\mathbf{s}}^{(i)} = \hat{\mathbf{s}}_{i+1} \quad (21)$$

通过上述理论分析, 设定式(19)表示特殊的初始值, Jacobi 迭代算法可以实现与 Neumann 级数展开完全相同的检测性能; 同时, 在任意迭代次数下, 其计算复杂度与传统的 Neumann 级数展开 ($i \geq 3$) 的计算复杂度相比将降低一个指数级, 保持在 $\mathcal{O}(K^2)$. 由于计算 LLR 时需要结合 \mathbf{W}^{-1} , 因此设计思路是, 首先计算出 \mathbf{W}^{-1} 的 2 阶 Neumann 级数展开近似值 \mathbf{W}_2^{-1} , 然后储存该变量 \mathbf{W}_2^{-1} 以便在 LLR 计算时进行调用, 接下来对 \mathbf{s} 的估计过程中执行 Jacobi 迭代. 通过这样的方式, 在不影响 \mathbf{s} 估计精度且不增加计算复杂度的情况下, 可以提高 \mathbf{W}^{-1} 估计精度, 从而有效地解决了前面绕开计算 \mathbf{W}^{-1} 之后, 又再次出现需要计算 \mathbf{W}^{-1} 的问题.

3.3 近似 LLR 的计算

在计算第 k 个用户发送的第 b 个比特所对应的 $L_{k,b}$ 时, 需要再次用到 \mathbf{W}^{-1} 来计算第 k 个用户的 SINR, 这就导致前面绕开计算 \mathbf{W}^{-1} 的问题再次出现, 需要进一步处理并完善解决方案.

3.3.1 精确 LLR 的计算方法

最为直接的办法是利用 Jacobi 迭代算法估计出 \mathbf{W}^{-1} , 合并式(3)和式(8), 令 $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{e}_m$, 这里 \mathbf{e}_m 表示单位矩阵 \mathbf{I}_{2K} 的第 m 个列向量. 通过迭代的方法可以计算出第 i 次迭代时 \mathbf{W}^{-1} 的第 m 列为

$$(\hat{\mathbf{w}}_{\text{inv}})_m^{(i)} = \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{e}_m - \mathbf{E} (\hat{\mathbf{w}}_{\text{inv}})_m^{(i-1)}) \quad (22)$$

同样设置对角近似初始值, 令 $(\hat{\mathbf{w}}_{\text{inv}})^{(0)} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{e}_m$, 通过 i 次迭代可以得到 \mathbf{W}^{-1} 的估计值 $(\hat{\mathbf{W}}_{\text{inv}})^{(i)}$:

$$(\hat{\mathbf{W}}_{\text{inv}})^{(i)} = \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{I}_{2K} - \mathbf{E} (\hat{\mathbf{W}}_{\text{inv}})^{(i-1)}) \quad (23)$$

通过如此操作, 每次迭代后用 $(\hat{\mathbf{W}}_{\text{inv}})^{(i)}$ 代替 \mathbf{W}^{-1} , 即有 $\tilde{\mathbf{W}}_i^{-1} \approx (\hat{\mathbf{W}}_{\text{inv}})^{(i)}$. 然后将其转换到复数域得到 $\tilde{\mathbf{W}}_{c,i}^{-1}$, 即可以通过 Jacobi 迭代算法在每次迭代后近似信道增益和 NPI 方差, 分别表示为

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_k^{(i)} &= \hat{U}_{kk}^{(i)} \quad (24) \\ (\hat{v}_k^{(i)})^2 &= \sum_{j \neq k} |\hat{U}_{jk}^{(i)}|^2 + \hat{E}_{kk}^{(i)} \sigma^2 \quad (25) \end{aligned}$$

其中: $\hat{\mathbf{U}}^{(i)} = \tilde{\mathbf{W}}_{c,i}^{-1} \mathbf{G}_c$, $\hat{\mathbf{E}}^{(i)} = \tilde{\mathbf{W}}_{c,i}^{-1} \mathbf{G}_c \tilde{\mathbf{W}}_{c,i}^{-1}$, 代入式(6)中可以得到用于信道译码的 LLR.

3.3.2 近似 LLR 的计算方法

以上介绍了在 Jacobi 迭代算法下的精确 LLR 计算方法, 每次迭代计算 $(\hat{\mathbf{W}}_{\text{inv}})^{(i)}$ 需要 $2K$ 次复杂度为 $O(K^2)$ 的 Jacobi 迭代, 即需要利用式(22)分别计算出 $2K$ 个列向量. 这样虽然在对 $\hat{\mathbf{s}}$ 估计时复杂度为 $O(K^2)$, 但是在 $(\hat{\mathbf{W}}_{\text{inv}})^{(i)}$ 的计算时, 总的计算复杂度仍为 $O(K^3)$. 为此, Dai 等^[8] 利用 \mathbf{W} 近似对角的特性用 \mathbf{D}^{-1} 来替代 \mathbf{W}^{-1} , 即有 $\tilde{\mathbf{W}}^{-1} \approx \mathbf{D}^{-1}$, 显然这样粗略估计会带来一定程度的性能损失, 因此笔者提出利用 2 阶 Neumann 级数来近似 \mathbf{W}^{-1} , 即有 $\tilde{\mathbf{W}}^{-1} \approx \mathbf{W}_2^{-1}$, 然后将其转换到复数域得到 $\tilde{\mathbf{W}}_{c,2}^{-1}$, 近似信道增益和 NPI 方差可分别表示为

$$\tilde{\mu}_k = \tilde{U}_{kk} \quad (26)$$

$$\tilde{v}_k^2 = \sum_{j \neq k} |\tilde{U}_{jk}|^2 + \tilde{E}_{kk} \sigma^2 \quad (27)$$

其中: $\tilde{\mathbf{U}} \approx \tilde{\mathbf{W}}_{c,2}^{-1} \mathbf{G}_c$, $\tilde{\mathbf{E}} \approx \tilde{\mathbf{W}}_{c,2}^{-1} \mathbf{G}_c \tilde{\mathbf{W}}_{c,2}^{-1} = \tilde{\mathbf{U}} \tilde{\mathbf{W}}_{c,2}^{-1}$. 此时信道增益和 NPI 方差的计算不再依赖于迭代次数, 进而可以很容易地计算出 $Y_k = \tilde{\mu}_k^2 / \tilde{v}_k^2$. 由于之前储存了中间变量 \mathbf{W}_2^{-1} , 所以可以在不增加额外复杂度的同时提高 LLR 的计算精度.

基于 Jacobi 迭代软输出检测算法步骤如下:

输入: $\mathbf{H}, \mathbf{y}, \sigma^2$ 和迭代次数 i .

输出: $L_{k,b}$, ($k=1, 2, \dots, K, b=1, 2, \dots, bO$)

初始化:

1) $\mathbf{G} = \mathbf{H}^H \mathbf{H}, \mathbf{W} = \mathbf{G} + \sigma^2 \mathbf{I}_{2K}, \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{H}^H \mathbf{y}$,

2) $\mathbf{W} = \mathbf{D} + \mathbf{E}$

第 1 次迭代: Neumann 级数

$$3) \mathbf{W}_1^{-1} = \mathbf{D}^{-1}, \mathbf{W}_2^{-1} = \mathbf{D}^{-1} - \mathbf{D}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{D}^{-1}$$

$$4) \hat{\mathbf{s}}^{(1)} = \hat{\mathbf{s}}_2 = \mathbf{W}_2^{-1} \hat{\mathbf{y}}.$$

其他迭代: Jacobi 迭代

for ($n=2; n \leq i; n++$) do

$$5) \hat{\mathbf{s}}^{(n)} = \mathbf{D}^{-1} (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{E} \hat{\mathbf{s}}^{(n-1)})$$

end for

LLR 计算

$$6) \mathbf{W}_2^{-1} \rightarrow \tilde{\mathbf{W}}_{c,2}^{-1}, \hat{\mathbf{s}}^{(i)} \rightarrow \hat{\mathbf{s}}^{(i)}$$

$$7) \tilde{\mathbf{U}} \approx \tilde{\mathbf{W}}_{c,2}^{-1} \mathbf{G}_c, \tilde{\mathbf{E}} \approx \tilde{\mathbf{W}}_{c,2}^{-1} \mathbf{G}_c \tilde{\mathbf{W}}_{c,2}^{-1} = \tilde{\mathbf{U}} \tilde{\mathbf{W}}_{c,2}^{-1}$$

for ($k=1; k \leq K; k++$) do

$$8) Y_k = \tilde{\mu}_k^2 / \tilde{v}_k^2, \tilde{\mu}_k = \tilde{U}_{kk}, \tilde{v}_k^2 = \sum_{j \neq k} |\tilde{U}_{jk}|^2 + \tilde{E}_{kk} \sigma^2$$

for ($b=1; b \leq bO; b++$) do

$$9) L_{k,b} = Y_k \left(\min_{a \in \mathcal{C}_b^0} \left| \frac{\hat{s}_{c,k}}{\tilde{\mu}_k} - a \right|^2 - \min_{a' \in \mathcal{C}_b^1} \left| \frac{\hat{s}_{c,k}}{\tilde{\mu}_k} - a' \right|^2 \right)$$

end for

end for

Return $L_{k,b}$

3.4 Jacobi 迭代收敛性分析

线性方程组式(16)的精确解为 $\hat{\mathbf{s}}^{(*)} = \mathbf{W}^{-1} \hat{\mathbf{y}}$, 由式(17)可知经过 i 次 Jacobi 迭代后 $\hat{\mathbf{s}}$ 估计差为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}^{(i)} - \hat{\mathbf{s}}^{(*)} &= \mathbf{D}^{-1} (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{E} \hat{\mathbf{s}}^{(i-1)}) - \hat{\mathbf{s}}^{(*)} = \\ &= \hat{\mathbf{s}}^{(i-1)} + \mathbf{D}^{-1} (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{W} \hat{\mathbf{s}}^{(i-1)}) - \hat{\mathbf{s}}^{(*)} = \\ &= (\hat{\mathbf{s}}^{(i-1)} - \hat{\mathbf{s}}^{(*)}) + \mathbf{D}^{-1} \mathbf{W} (\mathbf{W}^{-1} \hat{\mathbf{y}} - \hat{\mathbf{s}}^{(i-1)}) = \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{D}^{-1} \mathbf{W}) (\hat{\mathbf{s}}^{(i-1)} - \hat{\mathbf{s}}^{(*)}) = \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{D}^{-1} \mathbf{W})^i (\hat{\mathbf{s}}^{(0)} - \hat{\mathbf{s}}^{(*)}) \end{aligned}$$

令 $\mathbf{N} = \mathbf{I} - \mathbf{D}^{-1} \mathbf{W}$, 则有

$$\hat{\mathbf{s}}^{(i)} - \hat{\mathbf{s}}^{(*)} = \mathbf{N}^i (\hat{\mathbf{s}}^{(0)} - \hat{\mathbf{s}}^{(*)}) \quad (28)$$

由于在大规模 MIMO 系统中 \mathbf{W} 为对角占优矩阵, 且 \mathbf{D} 为 \mathbf{W} 的对角元素, 所以 \mathbf{N} 存在一个小于 1 的范数^[7], 于是可得

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \mathbf{N}^i = \mathbf{0} \quad (29)$$

随着迭代次数 i 的增加, $\hat{\mathbf{s}}^{(i)} - \hat{\mathbf{s}}^{(*)}$ 逐渐收敛于零向量, 所以, 基于 Jacobi 迭代的检测算法收敛.

3.5 复杂度对比

由于所有的线性 MMSE 检测算法和所提出的 Jacobi 迭代检测算法都必须计算滤波矩阵 $\mathbf{W} = \mathbf{G} + \sigma^2 \mathbf{I}_{2K}$ 和匹配滤波信号 $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{H}^H \mathbf{y}$, 同时, 为了公平对比复杂度, 所提算法和对比算法均采用相同的

LLR 计算方法,即所给出的近似计算方法,所以下面仅对其他计算部分进行复杂度分析及对比。所提检测算法的复杂度主要来自以下 2 个部分:

1) 首次迭代计算 W_2^{-1} 及 $\hat{s}^{(1)}$ 分别需要 $8K^2 - 4K$ 和 $4K^2$ 次乘法;

2) 之后执行 Jacobi 迭代每次迭代总共需要 $4K^2$ 次乘法。

综上所述,经过 i 次迭代,总共需要 $4K^2(i+2) - 4K$ 次乘法,复杂度由 $O(K^3)$ 降为 $O(K^2)$ 。图 1 给出了算法之间的计算复杂度对比。

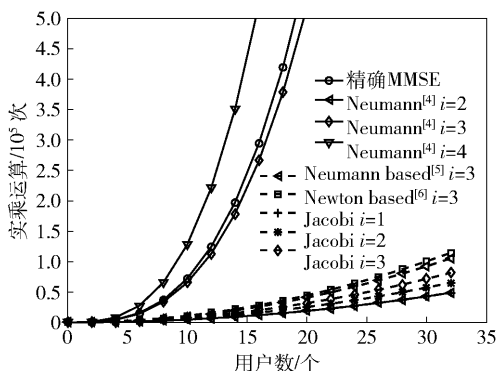


图1 复杂度对比

4 仿真结果

下面给出了基于 Matlab 的蒙特卡洛仿真结果。仿真实验中的传输信道为瑞利衰落信道,卷积编码码率为 $1/2$,基带信号调制方式为 16-QAM,令 i 表示算法迭代次数及 Neumann 级数展开的项数。

图 2 对比了在使用精确 MMSE 估计出用户发送矢量 \hat{s} 后,分别使用精确求逆加权矩阵计算 LLR 方法、Dai 等^[8]提出的用 D^{-1} 来替代 W^{-1} 计算 LLR 方法、所提出的 LLR 计算方法的误码率 (BER, bit error rate) 性能曲线 (图中横坐标为信噪比 (SNR, signal-to-noise ratio))。由图 2 可见,虽然对角近似的方法可以一定程度接近精确 LLR 的性能,但是所采用的 LLR 近似方法能够更大程度地逼近精确 LLR 的性能。

图 3 给出了天线规模为 128×16 的 MIMO 系统上行链路信号检测的 BER 性能曲线。仿真实验中 LLR 的计算采用所提的近似方法。图 3 中以 MMSE 精确求逆算法的 BER 性能为基准,对比了基于 Jacobi 迭代的检测算法、传统 Neumann 级数展开算法、Kang 等^[5]及 Tang 等^[6]所提出的基于 Neumann 级数改进算法的检测性能。由图 3 可见,基于 Jacobi

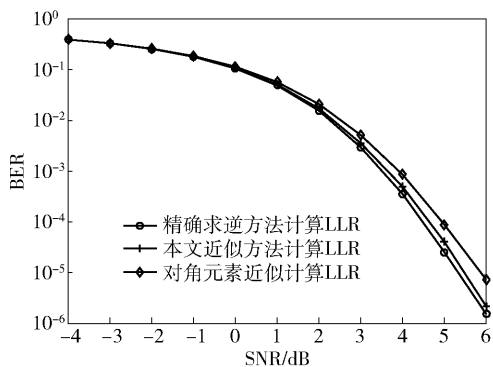


图2 128×16 MIMO 配置下不同 LLR 计算方法性能对比

迭代的检测算法在不增加复杂度的情况下经过简单的几次迭代后,其 BER 性能即超过 Kang 等^[5]和 Tang 等^[6]所提出的基于 Neumann 级数展开的改进算法;同时,在迭代次数比 Neumann 级数展开项数少一次的情况下实现了与后者完全一致的检测性能,这点与 3.2 节理论分析完全相符,并且在任意迭代次数下均将复杂度保持在 $O(K^2)$,而不再像后者依赖于级数展开项数。

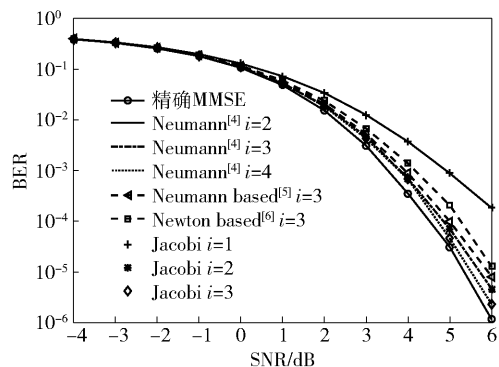


图3 BER 性能对比, 128×16 MIMO 配置, 16-QAM 调制

图 4 仿真天线规模为 256×16 的 MIMO 系统,可见,当基站天线数目与用户数的比值增大时,仅仅依靠少量迭代次数,基于 Jacobi 迭代的检测算法能

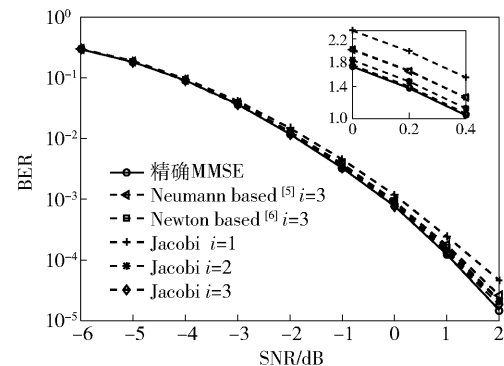


图4 BER 性能对比, 256×16 MIMO 配置, 16-QAM 调制

够快速地向理想 MMSE 矩阵求逆检测算法的性能收敛,即经过简单的几次迭代,其检测性能就逼近最优.

5 结束语

基于 Jacobi 迭代算法,通过设置特殊的初始值,找到 Jacobi 迭代和 Neumann 级数展开之间的关系,设计了一种低复杂度算法,通过理论分析了该算法可以实现同 Neumann 级数展开算法相同的检测性能,并给出了一种用于信道译码的 LLR 的低复杂度近似计算方法. 仿真结果表明,基于 Jacobi 迭代的检测算法经过较少的迭代次数就可达到接近理想 MMSE 矩阵求逆的检测性能,并且将计算复杂度在不依赖迭代次数的情况下保持在 $O(K^2)$,该算法可作为大规模 MIMO 系统低复杂度信号检测的有效解决方案之一.

参考文献:

- [1] Lu Lu, Li Geoffrey Ye, Swindlehurst A Lee, et al. An overview of massive MIMO: benefits and challenges[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2014, 8(5): 742-758.
- [2] 汪彬, 常永宇, 权威, 等. Massive MIMO 网络中低复杂度的 MMSE 检测方法[J]. 北京邮电大学学报, 2016, 39(6): 57-61.
- Wang Bin, Chang Yongyu, Quan Wei, et al. Low-complexity MMSE detection methods for massive MIMO networks[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2016, 39(6): 57-61.
- [3] Qian Manli, Wang Yuanyuan, Zhou Yiqing, et al. A super base station based centralized network architecture for 5G mobile communication systems [J]. Digital Communication and Networks, 2015, 1(2): 152-159.
- [4] Wu Michael, Yin Bei, Wang Guohui, et al. Large-scale MIMO detection for 3GPP LTE: algorithms and FPGA implementations[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2014, 8(5): 916-929.
- [5] Kang Byunggi, Yoon Ji-Hwan, Park Jongsun. Low complexity massive MIMO detection architecture based on neumann method[C]//International Soc Design Conference. [S. l.]: IEEE, 2015: 293-294.
- [6] Tang Chuan, Liu Cang, Yuan Luechao, et al. High precision low complexity matrix inversion based on newton iteration for data detection in the massive MIMO[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(3): 490-493.
- [7] Burger Martin, Kaltenbacher Barbara, Neubauer Andreas. Iterative solution methods [M]. New York: Springer, 2011: 345-384.
- [8] Dai Linglong, Gao Xinyu, Su Xin, et al. Low-complexity soft-output signal detection based on Gauss-Seidel method for uplink multiuser large-scale MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2015, 64(10): 4839-4845.