

文章编号:1007-5321(2017)03-0114-07

DOI:10.13190/j.jbupt.2017.03.017

改进的时差频差多目标定位算法

闫雷兵^{1,2}, 高银浩², 陆音¹, 张业荣¹

(1. 南京邮电大学 电子科学与工程学院, 南京 210003; 2. 河南科技学院 机电学院, 河南 新乡 453007)

摘要: 提出了改进型约束总体最小二乘多目标定位算法. 首先引入辅助变量将非线性定位方程转化为伪线性方程;然后利用两步最小二乘法估计目标的初始位置,依据目标初始位置重新选择参考传感器;最后考虑伪线性方程中所有系数矩阵的噪声,采用拉格朗日乘子技术求解约束条件,利用拟牛顿算法迭代公式得到精确解. 仿真结果证明了理论分析的正确性和可行性,所提算法能够达到克拉美罗下界,具有较强的鲁棒性和精确的定位性能.

关键词: 无源定位;到达时差;到达频差;克拉美罗下界

中图分类号: TN971

文献标志码: A

Approach of Improved Multiple Sources Location with TDOA and FDOA

YAN Lei-bing^{1,2}, GAO Yin-hao², LU Yin¹, ZHANG Ye-rong¹

(1. School of Electronic Science and Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China;

2. School of Mechanical and Electrical Engineering, Henan Institute of Science and Technology, Henan Xinxiang 453003, China)

Abstract: An improved constrained total least squares approach was proposed for location of multiple targets. Firstly, the auxiliary variable is introduced to transform the nonlinear positioning equation into pseudo linear equation. Then the initial position of the target was estimated by two-stage weighted least squares, and the reference sensor was re-selected according to the initial estimation position. Finally, considering the noise of all the coefficients in the pseudo-linear equation and applying the Lagrangian multiplier to solve the constraint condition, an exact solution was obtained by using the quasi-Newton iterative formula. Simulations show that the proposed approach can reach the Cramér-Rao lower bound with strong robustness and precise positioning performance.

Key words: source location; time difference of arrival; frequency difference of arrival; Cramér-Rao lower bound

无源定位技术一直备受科研人员的关注,广泛应用于雷达、声纳、导航、监测、无线通信、传感器网络等领域^[1-2]. 目标定位常用到达时间、到达时间差(TDOA, time difference of arrival)和到达频率差(FDOA, frequency difference of arrival)^[3-4]等测量技术. 定位目标时微小的传感器位置误差将导致较大的估计误差,故定位目标时应考虑传感器位置误差

的影响. Ho等^[5]提出了两步加权最小二乘(TSWLS, two-stage weighted least squares)算法定位多目标;Li等^[6]结合传感器的位置误差和TSWLS算法定位多目标;陈少昌等^[7]利用约束总体最小二乘(CTLS, constrained total least squares)算法定位目标,但CTLS算法仅对静止目标有效. 笔者基于文献[5]和文献[7]提出了改进的CTLS(ICTLS, im-

收稿日期: 2016-03-09

基金项目: 国家自然科学基金项目(61271236, 61601245)

作者简介: 闫雷兵(1980—),男,博士生, E-mail: yleibing@126.com; 张业荣(1963—),男,教授,博士生导师.

proved CTLS)算法定位多个运动目标,引入拉格朗日乘子和拟牛顿迭代公式求解带约束条件的定位方程。实验结果表明,该方法比 TSWLS 算法有较好的定位性能,能有效地减小定位偏差,在噪声误差较大的情况下也能达到克拉美罗下界。

1 定位场景

三维空间中随机分布 K 个运动目标,设第 i 个目标的真实位置和速度分别为 \mathbf{u}_i 和 $\dot{\mathbf{u}}_i, i=1,2,\dots,K$ 。 K 个目标由空间中 M 个传感器进行位置估计。传感器的真实位置和速度分别为 $\mathbf{s}^0 = [\mathbf{s}_1^0, \mathbf{s}_2^0, \dots, \mathbf{s}_M^0]^T$ 和 $\dot{\mathbf{s}}^0 = [\dot{\mathbf{s}}_1^0, \dot{\mathbf{s}}_2^0, \dots, \dot{\mathbf{s}}_M^0]^T$, 其中 \mathbf{s}_j^0 和 $\dot{\mathbf{s}}_j^0 (j=1,2,\dots,M)$ 分别为第 j 个传感器的真实位置和速度, $[\cdot]^0$ 为 $[\cdot]$ 的真实值, $[\cdot]^T$ 为 $[\cdot]$ 的转置, 且 \mathbf{s}_j^0 和 $\dot{\mathbf{s}}_j^0$ 未知, 而带有位置误差的位置 \mathbf{s}_j 和 $\dot{\mathbf{s}}_j$ 已知。 $\mathbf{s} = [\mathbf{s}_1^T, \mathbf{s}_2^T, \dots, \mathbf{s}_M^T]^T = \mathbf{s}^0 + \Delta\mathbf{s}$ 为已知的位置向量, 已知的速度向量为 $\dot{\mathbf{s}} = [\dot{\mathbf{s}}_1^T, \dot{\mathbf{s}}_2^T, \dots, \dot{\mathbf{s}}_M^T]^T = \dot{\mathbf{s}}^0 + \Delta\dot{\mathbf{s}}$, $\Delta\mathbf{s}$ 和 $\Delta\dot{\mathbf{s}}$ 分别为位置和速度的误差向量。传感器真实位置向量为 $\boldsymbol{\beta}^0 = [\mathbf{s}^{0T}, \dot{\mathbf{s}}^{0T}]^T$, 而带有误差的位置向量为 $\boldsymbol{\beta} = [\mathbf{s}^T, \dot{\mathbf{s}}^T]^T = \boldsymbol{\beta}^0 + \Delta\boldsymbol{\beta}$, $\Delta\boldsymbol{\beta} = [\Delta\mathbf{s}^T, \Delta\dot{\mathbf{s}}^T]^T$ 为传感器位置误差向量, 假定误差向量为零均值的高斯随机过程且协方差矩阵为 \mathbf{Q}_β 。通常把传感器 $j=1$ 作为参考传感器, 因此目标 i 和传感器 j 之间的真实距离为

$$r_{j,i}^0 = \|\mathbf{u}_i - \mathbf{s}_j^0\|_2 = \sqrt{(\mathbf{u}_i - \mathbf{s}_j^0)^T(\mathbf{u}_i - \mathbf{s}_j^0)} \quad (1)$$

其中 $\|\cdot\|_2$ 表示 2 范数。故目标 i 到传感器 1 和 j 的距离差的真实值和测量值分别为

$$r_{j,i}^0 = r_{j,i}^0 - r_{1,i}^0 \quad (2)$$

$$r_{j,i} = r_{j,i}^0 + \Delta r_{j,i} \quad (3)$$

其中 $\Delta r_{j,i}$ 为测量误差。目标 i 的 TDOA 测量向量为

$$\mathbf{r}_i = [r_{21,i}, r_{31,i}, \dots, r_{M1,i}]^T = \mathbf{r}_i^0 + \Delta\mathbf{r}_i \quad (4)$$

其中 $\Delta\mathbf{r}_i = [\Delta r_{21,i}, \Delta r_{31,i}, \dots, \Delta r_{M1,i}]^T$ 为测量误差向量。

当目标相对于传感器发生运动时, 参照式(2)和式(3)得到 FDOA 测量值:

$$\dot{r}_{j,i} = \dot{r}_{j,i}^0 + \Delta\dot{r}_{j,i} = \dot{r}_{j,i}^0 - \dot{r}_{1,i}^0 + \Delta\dot{r}_{j,i} \quad (5)$$

其中 $\dot{r}_{j,i}^0$ 为目标 i 与传感器 j 之间真实距离变化率, 且 $\dot{r}_{j,i}^0 = \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i, \mathbf{s}_j^0}^T (\dot{\mathbf{u}}_i - \dot{\mathbf{s}}_j^0)$ ($\boldsymbol{\rho}_{a,b} = (\mathbf{a} - \mathbf{b}) / \|\mathbf{a} - \mathbf{b}\|$ 表示由 \mathbf{b} 指向 \mathbf{a} 的单位向量), 同理得到 FDOA 测量向量 $\dot{\mathbf{r}}_i = [\dot{r}_{21,i}, \dot{r}_{31,i}, \dots, \dot{r}_{M1,i}]^T = \dot{\mathbf{r}}_i^0 + \Delta\dot{\mathbf{r}}_i$ 。

为了方便表述, 通常把 TDOA 和 FDOA 测量向

量表示为单一的向量方程。目标 i 的测量向量为 $\boldsymbol{\alpha}_i = [\mathbf{r}_i^T, \dot{\mathbf{r}}_i^T]^T = \boldsymbol{\alpha}_i^0 + \Delta\boldsymbol{\alpha}_i$, 且 $\Delta\boldsymbol{\alpha}_i = [\Delta\mathbf{r}_i^T, \Delta\dot{\mathbf{r}}_i^T]^T$ 。因此, 测量方程 $\boldsymbol{\alpha} = [\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \dots, \boldsymbol{\alpha}_K]^T = \boldsymbol{\alpha}^0 + \Delta\boldsymbol{\alpha}$ 的维数为 $2K(M-1) \times 1$ 。测量误差向量 $\Delta\boldsymbol{\alpha}$ 为零均值的高斯随机过程且协方差矩阵为 \mathbf{Q}_α , 假设位置误差向量 $\Delta\boldsymbol{\beta}$ 与测量误差向量 $\Delta\boldsymbol{\alpha}$ 相互独立。

2 基于 CTLS 的优化算法

为了估算运动目标的位置和速度, 需要建立关于目标和传感器的 TDOA 和 FDOA 定位方程组。引入辅助变量 $r_{1,i}^0 = \|\mathbf{u}_i - \mathbf{s}_1^0\|_2$, 把 $r_{1,i}^0$ 和 $\dot{r}_{1,i}^0$ 代入式(2)两边平方整理后得到 TDOA 方程组:

$$(r_{j,i}^0)^2 + 2r_{j,i}^0 r_{1,i}^0 = (\mathbf{s}_j^0 - \mathbf{s}_1^0)^T(\mathbf{s}_j^0 - \mathbf{s}_1^0) - 2(\mathbf{s}_j^0 - \mathbf{s}_1^0)^T(\mathbf{u}_i - \mathbf{s}_1^0) \quad (6)$$

由于 $r_{1,i}^0 = \|\mathbf{u}_i - \mathbf{s}_1^0\|_2$ 包含参考传感器 \mathbf{s}_1^0 的位置坐标参数, 将 $r_{1,i}^0$ 在 \mathbf{s}_1 带噪声位置处做一阶泰勒级数展开, 忽略二阶以上的高次项, 整理得到

$$r_{1,i}^0 \approx \|\mathbf{u}_i - \mathbf{s}_1\|_2 + \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i, \mathbf{s}_1}^T \Delta\mathbf{s}_1 = \hat{r}_{1,i} + \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i, \mathbf{s}_1}^T \Delta\mathbf{s}_1 \quad (7)$$

其中 $\hat{r}_{1,i} = \|\mathbf{u}_i - \mathbf{s}_1\|_2$ 为 $r_{1,i}^0$ 的估计值, 且设 $\mathbf{d}_{1,i} = \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i, \mathbf{s}_1}^T$ 。把式(7)和 $\mathbf{s}_1 = \mathbf{s}_1^0 + \Delta\mathbf{s}_1$ 代入式(6)整理得到

$$\begin{aligned} & 2(\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1)^T(\mathbf{u}_i - \mathbf{s}_1) + 2r_{j,i} \hat{r}_{1,i} - \\ & 2(\Delta\mathbf{s}_j - \Delta\mathbf{s}_1)^T(\mathbf{u}_i - \mathbf{s}_1) - 2\Delta r_{j,i} \hat{r}_{1,i} = \\ & (\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1)^T(\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1) + 2r_{j,i} \Delta r_{j,i} - \\ & 2(\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1)^T \Delta\mathbf{s}_j - 2r_{j,i} \mathbf{d}_{1,i} \Delta\mathbf{s}_1 - (r_{j,i})^2 \end{aligned} \quad (8)$$

将式(8)对时间求微分得到 FDOA 方程组:

$$\begin{aligned} & (\dot{\mathbf{s}}_j - \dot{\mathbf{s}}_1)^T(\mathbf{u}_i - \mathbf{s}_1) + \dot{r}_{j,i} \hat{r}_{1,i} + (\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1)^T(\dot{\mathbf{u}}_i - \dot{\mathbf{s}}_1) + \\ & r_{j,i} \hat{r}_{1,i} - (\Delta\dot{\mathbf{s}}_j - \Delta\dot{\mathbf{s}}_1)^T(\mathbf{u}_i - \mathbf{s}_1) - \\ & \Delta\dot{r}_{j,i} \hat{r}_{1,i} - (\Delta\mathbf{s}_j - \Delta\mathbf{s}_1)^T(\dot{\mathbf{u}}_i - \dot{\mathbf{s}}_1) - \\ & \Delta r_{j,i} \hat{r}_{1,i} = (\dot{\mathbf{s}}_j - \dot{\mathbf{s}}_1)^T(\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1) - r_{j,i} \dot{r}_{j,i} + \\ & \dot{r}_{j,i} \Delta r_{j,i} + r_{j,i} \Delta\dot{r}_{j,i} - (\dot{\mathbf{s}}_j - \dot{\mathbf{s}}_1)^T \Delta\mathbf{s}_j - \\ & (\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1)^T \Delta\dot{\mathbf{s}}_j - \mathbf{d}_{2,i}^T \Delta\mathbf{s}_1 - \mathbf{d}_{1,i}^T \Delta\dot{\mathbf{s}}_1 \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $\mathbf{d}_{2,i} = \frac{(\dot{\mathbf{u}}_i - \dot{\mathbf{s}}_1)}{\hat{r}_{1,i}} - \frac{(\dot{\mathbf{u}}_i - \dot{\mathbf{s}}_1)}{\hat{r}_{1,i}} \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i, \mathbf{s}_1}^T \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i, \mathbf{s}_1}^T$ 。联合式

(8)和式(9)得到矩阵形式的方程组

$$(\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A})\boldsymbol{\theta} = \mathbf{b} + \Delta\mathbf{b} \quad (10)$$

其中: $\boldsymbol{\theta} = [\mathbf{w}^T, \hat{r}_{1,i}, \dot{\mathbf{w}}^T, \hat{r}_{1,i}]^T$, $\mathbf{w} = \mathbf{u}_i - \mathbf{s}_1$, $\dot{\mathbf{w}} = \dot{\mathbf{u}}_i - \dot{\mathbf{s}}_1$; 而 \mathbf{A} 、 $\Delta\mathbf{A}$ 、 \mathbf{b} 、 $\Delta\mathbf{b}$ 与文献[7]中的表达式形式一致。

当目标靠近参考传感器时有 $\mathbf{u}_i - \mathbf{s}_1 \approx 0$, 在式(8)、式(9)和式(10)中求解位置的参量趋于零, 此时目标估计位置误差较大。为此, 首先利用 TSWLS

算法的第1步粗略估计出目标 u_i 的位置,然后选取离目标 u_i 最远的传感器作为新的参考传感器^[8],根据新的参考传感器重新建立坐标系. 在新坐标系下再次估计目标位置,由于 TSWLS 仅考虑了部分定位方程系数矩阵的误差,造成目标估计位置误差增大;另外,TSWLS 没有考虑辅助变量 $\hat{r}_{1,i}$ 和 $\hat{\dot{r}}_{1,i}$ 与 \mathbf{w} 和 $\dot{\mathbf{w}}$ 之间的约束关系,从而造成定位模型的失真. 因此,笔者全面考虑定位方程中所有系数矩阵的误差,结合附加变量 $\hat{r}_{1,i}$ 和 $\hat{\dot{r}}_{1,i}$ 与 \mathbf{w} 和 $\dot{\mathbf{w}}$ 之间的约束关系,利用 CTLS 算法估计目标位置. 向量 $\boldsymbol{\theta}$ 的价值函数为

$$J(\boldsymbol{\theta}) = (\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{b})^T \mathbf{W}_\theta (\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{b}) \quad (11)$$

其中 \mathbf{W}_θ 为加权矩阵,具体表达式见附录中式(37). 故待求向量 $\boldsymbol{\theta}$ 的最小二乘解为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} (\mathbf{A}\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{b})^T \mathbf{W}_{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} (\mathbf{A}\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{b}) \quad (12)$$

其中: $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 是 $\boldsymbol{\theta}$ 的估计值, $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ 是 $\boldsymbol{\theta}$ 的优化值. 因辅助变量 $\hat{r}_{1,i}$ 和 $\hat{\dot{r}}_{1,i}$ 与 \mathbf{w} 和 $\dot{\mathbf{w}}$ 有一定的约束关系,求解式(12)应考虑此约束条件. 结合式(1)和式(5)约束条件为

$$\left. \begin{aligned} \hat{r}_{1,i} &= \sqrt{\mathbf{w}^T \mathbf{w}} \\ \hat{\dot{r}}_{1,i} &= \dot{\mathbf{w}}^T \mathbf{w} / \hat{r}_{1,i} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

将式(13)变形整理代入式(11),整理得到矩阵形式的约束条件:

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\Sigma}_1 \boldsymbol{\theta} &= 0 \\ \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\Sigma}_2 \boldsymbol{\theta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

其中: $\boldsymbol{\Sigma}_1 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{11} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{\Sigma}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \boldsymbol{\Sigma}_{12} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{21} & \mathbf{O} \end{bmatrix}$, \mathbf{O} 为 4×4 的全0矩阵, $\boldsymbol{\Sigma}_{11} = \boldsymbol{\Sigma}_{12} = \boldsymbol{\Sigma}_{22} = \text{diag}(1, 1, 1, -1)$. 因此 $\boldsymbol{\theta}$ 的总体最小二乘解变为 CTLS 解:

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\theta}} &= \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} (\mathbf{A}\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{b})^T \mathbf{W}_{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} (\mathbf{A}\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{b}) \\ \text{s. t. } &\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\Sigma}_1 \boldsymbol{\theta} = 0, \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\Sigma}_2 \boldsymbol{\theta} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

求解式(15)约束优化最小值问题时,引入拉格朗日乘子,则 $\boldsymbol{\theta}$ 的价值函数式(11)变为

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\theta}, \lambda_1, \lambda_2) &= \\ &(\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{b})^T \mathbf{W}_\theta (\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{b}) + \lambda_1 \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\Sigma}_1 \boldsymbol{\theta} + \lambda_2 \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\Sigma}_2 \boldsymbol{\theta} \end{aligned} \quad (16)$$

其中 λ_1 和 λ_2 为拉格朗日乘子. 式(16)变为二次约束的非凸优化问题. 将式(16)对 $\boldsymbol{\theta}$ 求偏微分,然后令 $\partial L[\boldsymbol{\theta}, \lambda_1, \lambda_2] / \partial \boldsymbol{\theta} = 0$, 整理得到

$$2[(\mathbf{A} - \mathbf{D})^T \mathbf{W}_\theta \mathbf{A} + \lambda_1 \boldsymbol{\Sigma}_1 + \lambda_2 \boldsymbol{\Sigma}_2] \boldsymbol{\theta} -$$

$$2(\mathbf{A} - \mathbf{D})^T \mathbf{W}_\theta \mathbf{b} = 0 \quad (17)$$

其中 $\mathbf{D} = [\mathbf{EQF}_1^T \mathbf{W}_\theta (\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{b}), \dots, \mathbf{EQF}_{L+1}^T \mathbf{W}_\theta (\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{b})]$, $L = 8$ 为向量 $\boldsymbol{\theta}$ 的维数, $\mathbf{E} = \sum_{l=1}^{L+1} \boldsymbol{\theta}_l \mathbf{F}_l - \mathbf{F}_{L+1}$, $\mathbf{Q} = E(\mathbf{nn}^T)$ 为初始加权矩阵且 $\mathbf{n} = [\Delta \boldsymbol{\beta}^T, \Delta \boldsymbol{\alpha}^T]^T$ 为随机噪声, $\mathbf{F}_1, \dots, \mathbf{F}_L$ 为扰动矩阵 $\Delta \mathbf{A}$ 、 $\Delta \mathbf{b}$ 的系数矩阵,具体表达式见附录. 向量 $\boldsymbol{\theta}$ 的最终估计值为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = [(\mathbf{A} - \mathbf{D})^T \mathbf{W}_\theta \mathbf{A} + \lambda_1 \boldsymbol{\Sigma}_1 + \lambda_2 \boldsymbol{\Sigma}_2]^{-1} (\mathbf{A} - \mathbf{D})^T \mathbf{W}_\theta \mathbf{b} \quad (18)$$

把式(18)代入约束条件式(14)得到

$$\left. \begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\Sigma}_1 \hat{\boldsymbol{\theta}} &= 0 \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\Sigma}_2 \hat{\boldsymbol{\theta}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式(19)组成了关于 λ_1 和 λ_2 的2个高阶多项式方程组,求此方程组得到 λ_1 和 λ_2 并代入式(18)得到目标的估计位置. 改写式(19)为

$$f_k(\lambda_1, \lambda_2) = \mathbf{p}^T \mathbf{G}_f^{-T} \boldsymbol{\Sigma}_k \mathbf{G}_f^{-1} \mathbf{p} = 0, k = 1, 2 \quad (20)$$

其中: $\mathbf{G}_f = (\mathbf{A} - \mathbf{D})^T \mathbf{W}_\theta \mathbf{A} + \lambda_1 \boldsymbol{\Sigma}_1 + \lambda_2 \boldsymbol{\Sigma}_2$, $\mathbf{p} = (\mathbf{A} - \mathbf{D})^T \mathbf{W}_\theta \mathbf{b}$. 定义 $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2]^T$, $\mathbf{f} = [f_1, f_2]^T$. 利用拟牛顿迭代公式求解 $\boldsymbol{\lambda}$:

$$\boldsymbol{\lambda}^{(k+1)} = \boldsymbol{\lambda}^{(k)} - \alpha^{(k)} \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{g}^{(k)} \quad (21)$$

其中: $\boldsymbol{\lambda}^{(k)}$ 为第 k 次迭代结果, $\mathbf{g}^{(k)} = \nabla f(\boldsymbol{\lambda}^{(k)})$, $\alpha^{(k)}$ 为步长, $\mathbf{H}^{(k)}$ 为相应维数的对称矩阵且由 BFGS (Broyden Fletcher Goldfarb Shanno) 公式(式(22))更新.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{(k+1)} &= \mathbf{H}^{(k)} - \\ &\frac{\mathbf{H}^{(k)} \mathbf{y}^{(k)} \mathbf{y}^{(k)T} \mathbf{H}^{(k)}}{\mathbf{y}^{(k)T} \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{y}^{(k)}} + \frac{\mathbf{s}^{(k)} \mathbf{s}^{(k)T}}{\mathbf{y}^{(k)T} \mathbf{s}^{(k)}} + \mathbf{w}^{(k)} \mathbf{w}^{(k)T} \end{aligned} \quad (22)$$

采用拟牛顿算法的 BFGS 公式迭代步骤如下:

1) 设定参数 $\delta \in (0, 1)$, $\sigma \in (0, 0.5)$, $\mathbf{W}_\theta = \mathbf{Q}^{-1}$. 置精度要求 $\varepsilon = 10^{-3}$, 取初始点 $\boldsymbol{\lambda}^{(1)} = [0, 0]^T$, 初始对称矩阵 $\mathbf{H}^{(1)}$ 为相应的单位阵 \mathbf{I} , $k = 0$.

2) 计算 $\mathbf{g}^{(k)} = \nabla f(\boldsymbol{\lambda}^{(k)})$, 若 $\|\mathbf{g}^{(k)}\| \leq \varepsilon$ 则停止迭代, 输出 $\boldsymbol{\lambda}^{(k)}$ 作为近似解.

3) 计算搜索方向 $\mathbf{p}^{(k)} = -\mathbf{H}^{(k)} \mathbf{g}^{(k)}$.

4) 设 m_k 是满足下面不等式的最小非负整数 m : $f(\boldsymbol{\lambda}^{(k)} + \delta^m \mathbf{p}^{(k)}) \leq f(\boldsymbol{\lambda}^{(k)}) + \sigma \delta^m \mathbf{g}^{(k)T} \mathbf{p}^{(k)}$.

5) 由 BFGS 公式更新 $\mathbf{H}^{(k+1)}$, 令 $k = k + 1$, 转向步骤2).

最终通过拟牛顿算法获得 $\boldsymbol{\lambda}^{(k)}$ 的最优值代入式(18), 得到 $\boldsymbol{\theta}$ 的最优估计值.

3 仿真实验及分析

仿真实验采用文献[5]中的方案, 假定有6个

传感器,其位置和速度如表 1 所示.

表 1 传感器位置和速度坐标

序号 i	位置/m			速度/($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)		
	x_i	y_i	z_i	\dot{x}_i	\dot{y}_i	\dot{z}_i
1	300	100	150	30	-20	20
2	400	150	100	-30	10	20
3	300	500	200	10	-20	10
4	350	200	100	10	20	30
5	-100	-100	-100	-20	10	10
6	200	-300	-200	20	-10	10

在多目标定位中以 2 个目标为例进行仿真实验,2 个待定目标的位置和速度分别为 $\boldsymbol{u}_1^0 = [600, 650, 550]^T$, $\dot{\boldsymbol{u}}_1^0 = [-20, 15, 40]^T$ 和 $\boldsymbol{u}_2^0 = [310, 480, 245]^T$, $\dot{\boldsymbol{u}}_2^0 = [40, 15, -20]^T$. 设传感器的位置误差为零均值的高斯白噪声,其协方差矩阵为 $\boldsymbol{Q}_\beta = \text{diag}(\sigma_s^2 \boldsymbol{R}(\text{m}^2), \dot{\sigma}_s^2 \boldsymbol{R}(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2)$, 其中 σ_s^2 和 $\dot{\sigma}_s^2$ 分别为传感器位置和速度误差方差,且 $\dot{\sigma}_s^2 = 0.1\sigma_s^2$, 矩阵 $\boldsymbol{R} = \text{diag}(1, 1, 1, 2, 2, 2, 10, 10, 10, 40, 40, 40, 20, 20, 20, 3, 3, 3)$. TDOA 和 FDOA 测量误差均为零均值的随机向量,其协方差矩阵 $\boldsymbol{Q}_\alpha = \text{diag}(\sigma_t^2 \boldsymbol{J}(\text{m}^2), \sigma_f^2 \boldsymbol{J}(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2)$, 其中 σ_t^2 和 σ_f^2 分别为时差和频差方差,令 $\sigma_t^2 = 10^{-4}(\text{m}^2)$, $\sigma_f^2 = 10^{-6}(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2$, \boldsymbol{J} 为一个主对角线元素为 1 其他元素为 0.5 的 $(M-1) \times (M-1)$ 方阵. 利用计算机进行 10 000 次蒙特卡罗实验,对比 ICTLS 算法与 TSWLS 和 CTLS 方法对目标位置和速度估计的均方根误差(RMSE, root mean square error). RMSE 定义如下:

$$P_{\text{RMSE}} | V_{\text{RMSE}}(\boldsymbol{u}_i) = \sqrt{\frac{\sum_{l=1}^{10\,000} \|\tilde{\boldsymbol{u}}_i(l) - \boldsymbol{u}_i^0\|_2^2}{10\,000}}$$

(23)

其中: P_{RMSE} 和 V_{RMSE} 分别为位置和速度估计值的 RMSE, $\tilde{\boldsymbol{u}}_i(l)$ 为第 l 次蒙特卡罗实验位置和速度的估计结果. 考虑 3 种定位场景:①利用 TDOA/FDOA 测量值对单一目标定位,目标的真实位置和速度分别为 $\boldsymbol{u}_1^0 = [600, 650, 550]^T$ 和 $\dot{\boldsymbol{u}}_1^0 = [-20, 15, 40]^T$; ②对 2 个目标定位,在目标 \boldsymbol{u}_1^0 基础上另加 1 个目标,其真实位置和速度分别为 $\boldsymbol{u}_2^0 = [310, 480, 245]^T$ 和 $\dot{\boldsymbol{u}}_2^0 = [40, 15, -20]^T$;③假定目标 \boldsymbol{u}_1^0 和 \boldsymbol{u}_2^0 速度为零,且选择靠近 \boldsymbol{u}_2^0 的传感器 \boldsymbol{s}_3^0 为参考传感器,定位 2 个静止目标位置. 实验中目标和传感器位置分布

如图 1 所示.

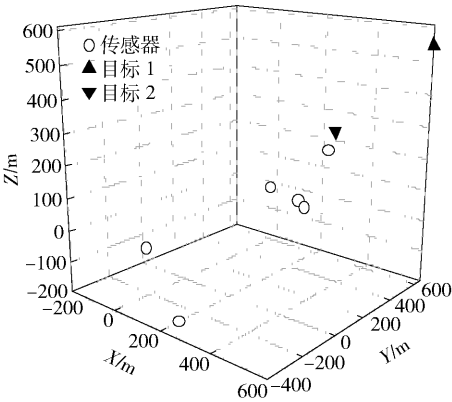


图 1 目标和传感器位置分布

图 2 分别展现了 TSWLS、CTLS 和 ICTLS 算法的位置估计精度,以及位置与速度估计值的 RMSE 与克拉美罗下界(CRLB, Cramér-Rao lower bound)的对比结果. 由图 2 可知:①位置估计,当 $10\lg(\sigma_s^2) \leq 5 \text{ dBm}^2$ 时,3 种算法的定位精度都能达到 CRLB. TSWLS、CTLS 和 ICTLS 算法的 RMSE 分别在 $10\lg(\sigma_s^2) \geq 5 \text{ dBm}^2, 10 \text{ dBm}^2, 12.5 \text{ dBm}^2$ 时开始高于 CRLB,这 3 个值分别称作各自算法的阈值,在 3 种算法中传感器的位置误差方差一旦高于各自的阈值,相应算法的 RMSE 均将高于 CRLB. 造成 3 种定位方法出现不同阈值的主要原因是 TSWLS 算法中第 1 步加权最小二乘结果偏差随噪声误差的增大而增大,导致最终的定位精度对测量噪声的适应能力较差;CTLS 方法虽然整体考虑了传感器位置误差和测量误差等因素,但由于没有考虑附加变量与目标位置的关系以及噪声间的相关性而不能达到最优解;ICTLS 算法在 CTLS 的基础上既考虑了噪声间的相关性,又在引入附加变量时做了近似处理减小了偏差,考虑了附加变量与目标位置的约束关系,因此 ICTLS 算法在 3 种定位算法中定位性能最优. ②速度估计,当 $10\lg(\sigma_s^2) \leq 2.5 \text{ dBm}^2$ 时 3 种定位算法的速度估计精度均能达到 CRLB. TSWLS、CTLS 和 ICTLS 算法的阈值分别为 $2.5 \text{ dBm}^2, 5 \text{ dBm}^2$ 和 7.5 dBm^2 ,3 种算法的位置阈值分别大于其速度阈值. 由此可见,定位运动目标时速度估计适应噪声的能力比位置估计适应噪声的能力差,且误差的随机性也增大.

图 3 给出了 TSWLS、CTLS 和 ICTLS 算法对 2 个目标定位时各自算法定位精度的 RMSE 与 CRLB 的吻合情况. 在位置和速度估计结果的 RMSE 曲线

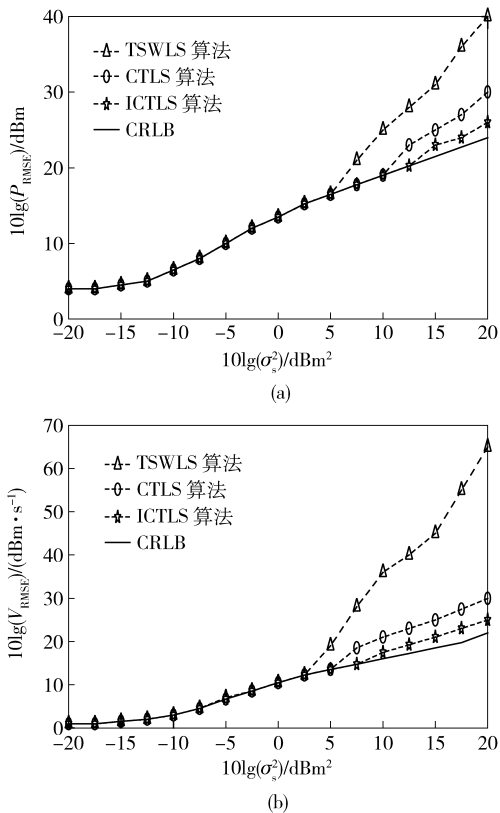


图2 场景1中3种算法的RMSE与CRLB

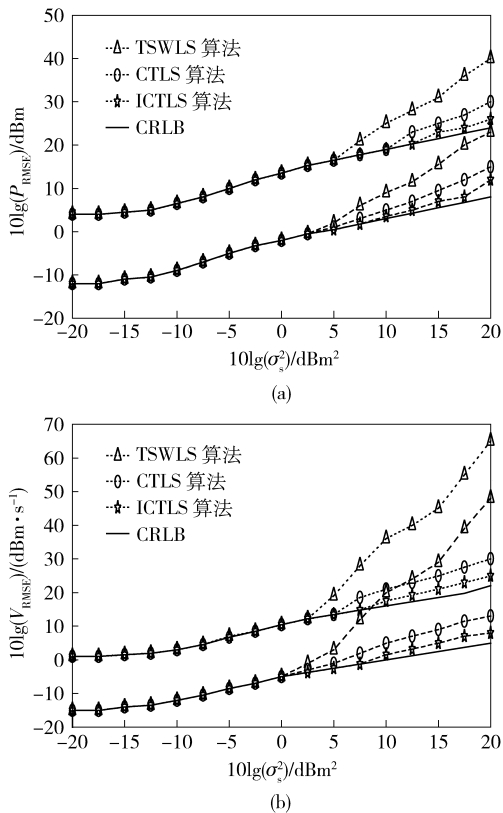


图3 场景2中3种算法的RMSE与CRLB

中,上方曲线为目标 u_1^0 的 RMSE 曲线,下方曲线为目标 u_2^0 的 RMSE 曲线. 由图 3 可知,对 u_1^0 和 u_2^0 进行定位时无论位置还是速度,ICTLS 算法总比其他 2 种算法具有更高的精度和更强的噪声适应能力,在较大的误差下也可以达到 CRLB. 需要指出的是,TSWLS 和 CTLS 方法在定位近场目标 u_2^0 时,无论是位置还是速度的估计中出现的噪声误差阈值都要比远场目标 u_1^0 的噪声误差阈值要小,这说明 TSWLS 和 CTLS 方法在定位近场目标时性能较差,主要是没有考虑各噪声误差的相关性,而近场目标间的噪声相互影响较大而造成的.

图 4 描绘了 TSWLS、CTLS 和 ICTLS 算法定位 2 个固定目标时估计位置的 RMSE 与 CRLB 的比较结果. 由图 4 可知,对于目标 u_1^0 ,当 $10\lg(\sigma_s^2) \leq 5 \text{ dBm}^2$ 时 3 种定位算法均能达到 CRLB,即使噪声功率 $10\lg(\sigma_s^2) > 5 \text{ dBm}^2$ 之后,3 种算法虽然都随着噪声功率的增加 RMSE 增大,但在同样噪声功率增加量的条件下比图 3 中的 RMSE 增加量较小,这说明定位固定目标时缺少了速度频率等参量,缩减了参与运算参量之间的相互影响,在很大程度上提高了计算效率和定位精度. 从图 4 中同样可以看出,ICTLS 算法

抗噪声性能最好,即使在较大的噪声功率下也能逼近 CRLB. 然而,定位离参考传感器较近的目标 u_2^0 时,TSWLS 和 CTLS 算法的噪声阈值明显要比目标 u_1^0 的噪声阈值要小得多,这 2 种方法在定位靠近参考传感器的目标时误差较大. 由于 ICTLS 算法中重新选择了参考传感器,并且考虑传感器位置误差和测量误差之间的关系以及引入的变量与目标之间的约束关系,增加了计算的复杂程度,故 ICTLS 算法比 TSWLS 和 CTLS 算法对目标定位用时较长,显然定位精度的提高是以牺牲计算时间为代价的.

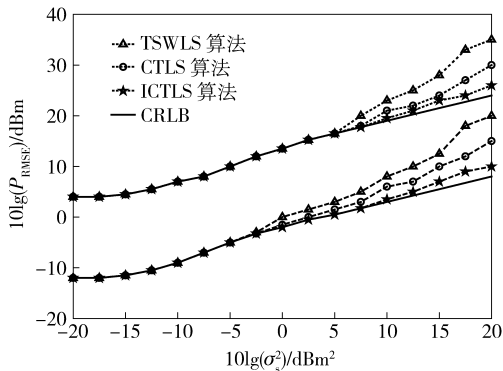


图4 场景3中3种算法的RMSE与CRLB

4 结束语

针对多个动态目标定位问题,提出了 ICTLS 的无源定位算法. ICTLS 方法避免了 TSWLS 算法中的 2 个不足:①第 1 步的加权最小二乘结果偏差随噪声误差的增大而增大;②第 2 步引入的非线性运算降低算法精度. 所提算法修正了 CTLS 算法中未考虑目标离参考传感器较近以及引入变量与目标之间的关系,建立了全局约束条件;同时,求解定位方程时引入了拉格朗日乘子技术,通过拟牛顿法的 BFGS 迭代公式进行求解,避免了 Hessian 矩阵的计算,加快了收敛速度. 仿真实验表明传感器误差和测量误差适度的情况下,ICTLS 算法比 TSWLS 和 CTLS 算法具有更低的 RMSE,展现出了较强的鲁棒性和较高的定位精度.

附录

设 $C = [A \quad b]$, $\Delta C = [\Delta A \quad \Delta b]$, 则式(10)变为

$$(C + \Delta C)[\theta \quad -1]^T = 0 \quad (24)$$

方程式(24)的 CTLS 解为约束最优化问题:

$$\begin{aligned} & \min_{\Delta C, \theta} \|\Delta C\|_F^2 \\ & \text{s. t. } (C + \Delta C)[\theta \quad -1]^T = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

其中 $\|\cdot\|_F$ 表示对矩阵求 Frobenius 范数, 即 $\|H\|_F = \text{tr}(H^T H)$. 设 $n = [\Delta s^T, \Delta \dot{s}^T, \Delta r^T, \Delta \dot{r}^T]^T$, 且 ΔC 可以表示为 $\Delta C = [\Delta C_1, \Delta C_2, \dots, \Delta C_{L+1}]$, 其中 $L=8$. 因此 ΔC 的各列可以表示为

$$\Delta C_l = F_l n, l = 1, 2, \dots, L+1 \quad (26)$$

当 n 不是白噪声的随机向量时,需要使向量 n 白化. 假设 $Q = E(nn^T) = PP^T$ 是矩阵 Q 的 Cholesk 分解, 然后利用 $e = P^{-1}n$ 将 n 变为白噪声向量 e , 故 ΔC_l 可改写为

$$\Delta C_l = F_l P e, l = 1, 2, \dots, L+1 \quad (27)$$

式(24)的 CTLS 解变为

$$\begin{aligned} & \min_{e, \theta} \|e\|_F^2 \\ & \text{s. t. } (C + [F_1 P e, F_2 P e, \dots, F_{L+1} P e]) \times \\ & [\theta, -1]^T = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

而约束条件可变为

$$\begin{aligned} & [F_1 P e, F_2 P e, \dots, F_{L+1} P e][\theta, -1]^T = \\ & \left(\sum_{l=1}^L \theta_l F_l P - F_{L+1} P \right) e = E P e = G_\theta e \end{aligned} \quad (29)$$

其中:

$$E = [E_1 \quad E_2] = \sum_{l=1}^{L+1} \theta_l F_l - F_{L+1} \quad (30)$$

$$E_1 = 2 \begin{bmatrix} B_1 \otimes (u_i - s_1)^T - B_2 & O_{(M-1) \times 3M} \\ B_1 \otimes (u_i - s_1)^T - B_3 & B_1 \otimes (u_i - s_1)^T - B_2 \end{bmatrix}$$

$$E_2 = 2 \begin{bmatrix} D & O_{(M-1) \times (M-1)} \\ \dot{D} & D \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\left. \begin{aligned} D &= \text{diag}(r_2^0, r_3^0, \dots, r_M^0) \\ \dot{D} &= \text{diag}(\dot{r}_2^0, \dot{r}_3^0, \dots, \dot{r}_M^0) \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ -1 & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ -1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$B_2 =$$

$$\begin{bmatrix} r_{21} d_1 & (s_2 - s_1)^T & 0^T & \dots & 0^T \\ r_{31} d_1 & 0^T & (s_3 - s_1)^T & \dots & 0^T \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ r_{M1} d_1 & 0^T & 0^T & \dots & (s_M - s_1)^T \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$B_3 =$$

$$\begin{bmatrix} r_{21} d_2 + \dot{r}_{21} d_1 & (\dot{s}_2 - \dot{s}_1)^T & 0^T & \dots & 0^T \\ r_{31} d_2 + \dot{r}_{31} d_1 & 0^T & (\dot{s}_3 - \dot{s}_1)^T & \dots & 0^T \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & 0^T \\ r_{M1} d_2 + \dot{r}_{M1} d_1 & 0^T & 0^T & \dots & (\dot{s}_M - \dot{s}_1)^T \end{bmatrix} \quad (35)$$

因此,式(28)中的约束条件变为

$$C[\theta \quad -1]^T + G_\theta e = 0 \quad (36)$$

因为 G_θ 是一个行满秩矩阵, G_θ 的广义逆矩阵为其右伪逆矩阵 $G_\theta^\dagger = G_\theta^T (G_\theta G_\theta^T)^{-1}$, 故设加权矩阵:

$$\begin{aligned} W_\theta &= (G_\theta G_\theta^T)^{-1} = (E Q E)^{-1} = \\ & (E_1 Q_\beta E_1^T + E_2 Q_\alpha E_2^T)^{-1} \end{aligned} \quad (37)$$

由此得到 CTLS 的价值函数为

$$J(\theta) = (A\theta - b)^T W_\theta (A\theta - b) \quad (38)$$

参考文献:

- [1] 朱颖童, 许锦, 赵国庆, 等. 基于正则约束总体最小二乘无源测角定位[J]. 北京邮电大学学报, 2015, 38(6): 55-59.

Zhu Yingdong, Xu Jin, Zhao Guoqing, et al. Passive localization using bearing-only measurements based on regularized constrained total least squares algorithm [J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunica-

- tions, 2015, 38(6): 55-59.
- [2] 谭志, 张卉. 无线传感器网络 RSSI 定位算法的研究与改进[J]. 北京邮电大学学报, 2013, 36(3): 88-91, 107.
Tan Zhi, Zhang Hui. A modified mobile location algorithm based on RSSI[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2013, 36(3): 88-91, 107.
- [3] Zhang Shengjin, Gao Shangchao, Wang Gang, et al. Robust NLOS error mitigation method for TOA-based localization via second-order cone relaxation[J]. IEEE Communications Letters, 2015, 19(12): 2210-2213.
- [4] Li Jinzhou, Guo Fucheng, Yang Le. On the use of calibration sensors in source localization using TDOA and FDOA measurements [J]. Digital Signal Processing, 2014, 27(2): 33-43.
- [5] Ho K C, Lu Xiaoning, Kovavisaruch L. Source localization using TDOA and FDOA measurements in the presence of receiver location errors; analysis and solution [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(2): 684-696.
- [6] Li Jinzhou, Pang Hongwei, Guo Fucheng, et al. Localization of multiple disjoint sources with prior knowledge on source locations in the presence of sensor location errors [J]. Digital Signal Processing, 2015, 40(C): 181-197.
- [7] 陈少昌, 贺慧英, 禹华钢. 传感器位置误差条件下的约束总体最小二乘时差定位算法[J]. 航空学报, 2013, 34(5): 1165-1173.
Chen Shaochang, He Huiying, Yu Huagang. Constrained total least squares for source location using TDOA measurements in the presence of sensor position errors [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(5): 1165-1173.
- [8] Xu Bo, Qi Weidong, Wei Li, et al. Turbo-TSWLS: enhanced two-step weighted least squares estimator for TDOA-based localization [J]. Electronics Letters, 2012, 48(25): 1597-1598.

(上接第 113 页)

- [5] Gui Guan, Adachi F. Improved least mean square algorithm with application to adaptive sparse channel estimation[J]. Eurasip Journal on Wireless Communications & Networking, 2013, 2013(1): 1-18.
- [6] Chen Yilun, Gu Yuantao, Hero A O. Sparse LMS for system identification [C] // IEEE International Conference on Acoustics. [S.l.]: [s.n.], 2009: 3125-3128.
- [7] Gui Guan, Xu Li, Shan Lin, et al. Adaptive MIMO channel estimation using sparse variable step-size NLMS algorithms[C] // IEEE International Conference on Communication Systems. [S.l.]: IEEE, 2014: 605-609.
- [8] Li Yuanping, Lee T S, Wu Bingfei. A variable step-size sign algorithm for channel estimation[J]. Signal Processing, 2014, 102: 304-312.