

文章编号:1007-5321(2017)03-0062-05

DOI:10.13190/j.jbupt.2017.03.008

OFDM 系统中基于降维 PARAFAC 模型的 信道估计方法

林和昀¹, 袁超伟¹, 杜建和²

(1. 北京邮电大学 信息与通信工程学院, 北京 100876; 2. 中国传媒大学 信息工程学院, 北京 100024)

摘要: 针对采用正交频分复用(OFDM)技术的阵列天线系统,提出了一种基于降维平行因子(PARAFAC)模型的多径信道估计方法. 该方案对单输入多输出(SIMO)场景下的接收信号进行建模,构造出具有空-时-频 3 个维度的 PARAFAC 信号模型,利用截尾奇异值分解(SVD)法对该模型进行降维,并采用三线性交替最小二乘(TALS)算法对降维后的信号模型进行拟合,实现了信号到达角(AOA)和传播时延的联合估计. 与传统 PARAFAC 分解方法相比,所提方法在拟合过程中占用的存储空间更少,收敛速度更快. 仿真结果验证了所提方法的有效性.

关键词: 多维矩阵; 平行因子模型; 正交频分复用; 联合估计

中图分类号: TN911.22

文献标志码: A

Channel Estimation for OFDM Systems Via Reduced-Dimensional PARAFAC Method

LIN He-yun¹, YUAN Chao-wei¹, DU Jian-he²

(1. School of Information and Communication Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China;

2. School of Information and Engineering, Communication University of China, Beijing 100024, China)

Abstract: The article presents a joint angle and propagation delay estimation approach in an orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) system via reduced-dimension parallel factor (PARAFAC) method. Firstly, the received signal was formulated as a three-order PARAFAC model in a single input multiple output (SIMO) OFDM system. Truncated singular value decomposition (SVD) was exploited to reduce the dimension of the PARAFAC model. Then a trilinear alternating least square (TALS) algorithm based on the reduced dimensional PARAFAC model was presented to jointly recover the angle-of-arrival (AOA) and propagation delay. Compared with the conventional parallel factor decomposition method, the approach has much smaller memory capacity and lower computation complexity. Simulations validate the effectiveness of our method.

Key words: multi-way; parallel factor model; orthogonal frequency division multiplexing; jointly estimate

对于多径传播环境,信道模型通常可以由信号的离开角(AOD, angle of departure)、到达角(AOA, angle of arrival)和传播时延等参数进行表征^[1]. 已有的研究表明,多径传播环境下的信道估计问题可

收稿日期: 2017-01-12

基金项目: 国家高技术研究发展计划(863 计划)项目(2015AA01A705, 2014AA01A701); 国家自然科学基金项目(61601414)

作者简介: 林和昀(1985—), 男, 博士生; 袁超伟(1960—), 男, 教授, 博士生导师, E-mail: yuancw2000@bupt.edu.cn.

归结为信道的多维参数估计问题^[2-4]. Bazzi 等^[2]在正交频分复用 (OFDM, orthogonal frequency division multiplexing) 系统中基于二维的多重信号分类算法实现了信号角度和时延的联合估计. 然而, 多维网格搜索会使该算法产生较高的运算量. 针对多输入多输出 (MIMO, multiple input multiple output) 系统, Adeogun 等^[3]提出了一种三维旋转不变子空间 (ES-PRIT, estimating signal parameters via rotational invariance techniques) 算法, 实现了信号多普勒频移和角度参数的联合估计. de Almeida 等^[4]将 MIMO 系统的接收信号构造为平行因子^[5-6] (PARAFAC, parallel factor) 模型, 并采用三线性交替最小二乘 (TALS, trilinear alternating least square) 算法对该模型进行拟合, 实现了信号角度和传播时延的联合估计. 然而, 当所构造的 PARAFAC 模型的维度较高时, 该方案的计算复杂度较高.

利用多维矩阵低秩分解的思想, 在多径传播环境下对均匀线阵的接收信号进行建模, 构造出具有 PARAFAC 结构的信号模型, 利用截尾奇异值分解 (SVD, singular value decomposition) 法对该模型进行降维, 并采用 TALS 算法对降维后的信号模型进行拟合, 实现了信号角度和传播时延的联合估计. 本研究的主要贡献如下: 1) 利用截尾 SVD 法实现了信号模型维度的转换; 2) 与传统 PARAFAC 分解方法相比, 所提方法在拟合过程中占用的存储空间更少, 拟合速度更快; 3) 所提方法无须对角度和传播时延等参数进行配对处理即可分辨出不同路径的参数信息.

1 系统模型

考虑的系统模型如图 1 所示, 在频率选择性衰落信道环境下, 远场用户发送的信号通过 P 条不同的路径到达配置了阵元数为 M_R 的均匀线阵. 其中, 用户设备配置的天线数为 $M_T = 1$, 接收端阵元间隔为 d . 系统采用 OFDM 技术, 循环前缀的长度为 T_{cp} , 采样间隔为 T_s . 假设每个 OFDM 符号块包含 N 个时隙, 其中第一个时隙为导频信号, 剩余的 $N-1$ 个时隙为数据信息. 令 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_K(t)]^T \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ 为第 t 个符号块时用户发送的导频向量. 其中 $s_k(t)$, $k=1, 2, \dots, K$, 表示第 t 个符号块时第 k 子载波上的导频信号.

考虑的信道模型 $\mathbf{h}(t) \in \mathbb{C}^{M_R \times 1}$ 为^[4]

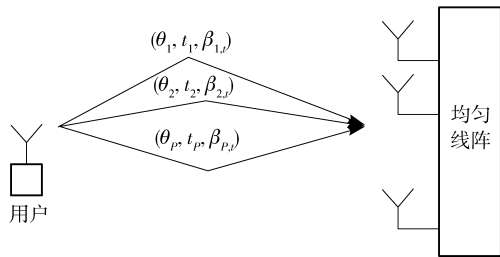


图 1 系统模型

$$\mathbf{h}(t) = \sum_{p=1}^P \beta_{t,p} \boldsymbol{\alpha}(\theta_p) \delta(t - \tau_p) \quad (1)$$

其中: $\beta_{t,p}$ 为用户发送第 t 个符号块时第 p 条路径的衰减系数; θ_p 和 τ_p 为信号通过第 p 条路径到达接收阵元时的 AOA 和传播时延, 并且最大传播时延小于 T_{cp} . $\boldsymbol{\alpha}(\theta) \in \mathbb{C}^{M_R \times 1}$ 为接收端的阵列响应矢量, 其表达式为

$$\boldsymbol{\alpha}(\theta) = [1, \dots, e^{-j2\pi(M_R-1)d\sin(\theta)/\lambda}]^T \quad (2)$$

其中: λ 为信号的波长, $d = \lambda/2$. 假设 AOA 和传播时延在连续 T_1 个 OFDM 符号块内是保持静止的, 且 T_1 大于用户发送的总符号块数 T ; 衰减系数在每个符号块内是保持恒定的, 而在各符号块之间是变化的. 因此, 用户发送符号块 t 时, 第 k 个子载波上的信道频域响应表达式为

$$\mathbf{h}_k(t) = \sum_{p=1}^P \beta_{t,p} \boldsymbol{\alpha}(\theta_p) e^{-j2\pi f_s \tau_p (k-1)/K} \quad (3)$$

其中 f_s 为采样频率. 去除循环前缀并进行离散傅里叶变换后, 接收端在接收符号块 t 时, 所有子载波在导频处的接收信号为

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{A}\mathbf{H}(t)\mathbf{B}^T\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_1(t) \quad (4)$$

其中: $\mathbf{A} = [\boldsymbol{\alpha}(\theta_1), \dots, \boldsymbol{\alpha}(\theta_P)] \in \mathbb{C}^{M_R \times P}$ 是接收端的阵列响应矩阵, $\mathbf{B} = [\mathbf{b}(\tau_1), \dots, \mathbf{b}(\tau_P)] \in \mathbb{C}^{K \times P}$ 是传播时延的频率响应矩阵, 并且有

$$\mathbf{b}(\tau_p) = [1, \dots, e^{-j2\pi f_s \tau_p (K-1)/K}]^T \quad (5)$$

$\mathbf{H}(t) = \text{diag}(\beta_{t,1}, \dots, \beta_{t,P})$ 是由第 t 个符号块内的衰减系数所构成的对角阵; $\mathbf{S}(t) = \text{diag}(s_1(t), \dots, s_K(t))$ 是由第 t 个符号块的导频向量构成的对角阵; $\mathbf{N}_1(t)$ 是对应的噪声矩阵. 假设所有 T 个符号块发送的导频向量相同, 即 $\mathbf{S}(t) = \mathbf{S}$, $t=1, 2, \dots, T$, 令 $\tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{S}^T \mathbf{B}$, 则

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{A}\mathbf{H}(t)\tilde{\mathbf{B}}^T + \mathbf{N}_1(t) \quad (6)$$

将 T 个符号块在导频处的接收信号进行堆叠, 则

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}^T(1) \\ \vdots \\ \mathbf{Y}^T(T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{H}(1) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{H}(T) \end{bmatrix} \mathbf{A}^T + \mathbf{N}_2 =$$

$$(\mathbf{H} \odot \tilde{\mathbf{B}}) \mathbf{A}^T + \mathbf{N}_2 \in \mathbb{C}^{TK \times M_R} \quad (7)$$

其中: $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{T \times P}$ 是 T 个符号块内所有衰减系数组成的矩阵, 有 $D_t(\mathbf{H}) = \mathbf{H}(t)$. $D_t(\cdot)$ 表示对角化算子, 即选择矩阵的第 t 行元素作为生成矩阵的主对角线元素, 生成矩阵的其余元素为 0. \odot 表示矩阵的 Khatri-Rao 积. 式(7)可视为三维 PARAFAC^[5-6] 模型 $\mathcal{Y} \in \mathbb{C}^{M_R \times T \times K}$ 沿着时间维度展开的矩阵展开式.

\mathcal{Y} 的 3 个加载矩阵分别由 \mathbf{A} 、 \mathbf{H} 和 $\tilde{\mathbf{B}}$ 来表征, 即

$$\mathcal{Y} = \mathcal{T}_p \times_1 \mathbf{A} \times_2 \mathbf{H} \times_3 \tilde{\mathbf{B}} + \mathcal{N} \quad (8)$$

其中: \mathcal{T}_p 是一个 P 阶的三维单位阵, \mathcal{N} 为对应的三维噪声矩阵. 该模型还可写为标量形式

$$y_{m_R, t, k} = \sum_{p=1}^P a_{m_R, p} \beta_{t, p} \tilde{b}_{k, p} + n_{m_R, t, k} \quad (9)$$

其中: $y_{m_R, t, k}$ 和 $n_{m_R, t, k}$ 分别是三维矩阵 \mathcal{Y} 和 \mathcal{N} 中的元素, $a_{m_R, p}$ 、 $\beta_{t, p}$ 和 $\tilde{b}_{k, p}$ 分别是加载矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{H} 和 $\tilde{\mathbf{B}}$ 中对应的元素. 式(9)可视为一个三线形分解表达式, 表示 \mathcal{Y} 中的每一个元素均可由 P 个秩 1 的三重因子乘积之和表征. 在省略噪声项的情况下, \mathcal{Y} 还可以沿着空间(接收天线)维度和频率(子载波)维度展开, 并有如下 2 种矩阵展开式,

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A} \odot \mathbf{H}) \tilde{\mathbf{B}}^T \in \mathbb{C}^{M_R T \times K} \quad (10)$$

$$\mathbf{Z} = (\tilde{\mathbf{B}} \odot \mathbf{A}) \mathbf{H}^T \in \mathbb{C}^{M_R K \times T} \quad (11)$$

2 降维 PARAFAC 分解

TALS 算法作为一种无约束的优化算法, 由于其能保证单调收敛, 简单易行, 已被广泛应用于多维矩阵模型的拟合^[5-6]. 当满足分解唯一性条件时, 可采用 TALS 算法对 \mathcal{Y} 进行拟合, 实现角度和传播时延的联合估计. 然而当 $K \geq M_R T > P$ 时, 采用 TALS 算法对 \mathcal{Y} 进行拟合的计算复杂度较高. 为降低 TALS 算法的计算复杂度, 利用截尾 SVD 的方法对 \mathcal{Y} 进行降维, 具体实现过程如下:

对 \mathbf{X}^T 进行截尾 SVD^[7], 则

$$\mathbf{X}^T \approx \mathbf{U}_p \mathbf{\Sigma}_p \mathbf{V}_p^H = \mathbf{U}_p \mathbf{\Omega} \quad (12)$$

其中: $\mathbf{\Sigma}_p \in \mathbb{C}^{P \times P}$ 是 \mathbf{X}^T 的前 P 个奇异值构成的对角阵, $\mathbf{U}_p \in \mathbb{C}^{K \times P}$ 和 $\mathbf{V}_p \in \mathbb{C}^{M_R T \times P}$ 是 $\mathbf{\Sigma}_p$ 对应的左右奇异值向量构成的酉矩阵. 由式(10)可知, \mathbf{X}^T 的表达

式为

$$\mathbf{X}^T = \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{A} \odot \mathbf{H})^T \quad (13)$$

当 $K > P$, 并且 $\tilde{\mathbf{B}}$ 列满秩时, 对比式(12)与(13)可知, $\tilde{\mathbf{B}}$ 和 \mathbf{U}_p 的列向量张成的子空间属于同一个子空间, 即它们之间存在线性变换的关系. 因此, 存在一个非奇异转换矩阵 $\mathbf{\Phi} \in \mathbb{C}^{P \times P}$, 使得

$$\tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{U}_p \mathbf{\Phi} \quad (14)$$

令式(13)两边同时左乘 \mathbf{U}_p^H , 则

$$\mathbf{U}_p^H \mathbf{X}^T = \mathbf{\Phi}(\mathbf{A} \odot \mathbf{H})^T \in \mathbb{C}^{P \times M_R T} \quad (15)$$

此时, \mathcal{Y} 转化为一个新的平行因子模 $\mathcal{B} \in \mathbb{C}^{M_R \times T \times P}$, \mathcal{B} 的加载矩阵分别为 \mathbf{A} 、 \mathbf{H} 和 $\mathbf{\Phi}$. 当 K 远大于 P 时, \mathcal{B} 中包含的数据量是远小于 \mathcal{Y} 的. \mathcal{B} 可表示为如下 3 个矩阵展开式:

$$\mathbf{X}_1 = (\mathbf{H} \odot \mathbf{\Phi}) \mathbf{A}^T \quad (16)$$

$$\mathbf{X}_2 = (\mathbf{\Phi} \odot \mathbf{A}) \mathbf{H}^T \quad (17)$$

$$\mathbf{X}_3 = (\mathbf{A} \odot \mathbf{H}) \mathbf{\Phi}^T \quad (18)$$

根据式(16)~(18), 可交替最小化下列条件最小二乘(LS, least square)准则来联合估计 \mathbf{H} 、 \mathbf{A} 和 $\mathbf{\Phi}$:

$$\hat{\mathbf{H}}^{(i)} = \arg \min_{\mathbf{H}} \|\mathbf{X}_2 - (\hat{\mathbf{\Phi}}^{(i-1)} \odot \hat{\mathbf{A}}^{(i-1)}) \mathbf{H}^T\|_F^2 \quad (19)$$

$$\hat{\mathbf{\Phi}}^{(i)} = \arg \min_{\mathbf{\Phi}} \|\mathbf{X}_3 - (\hat{\mathbf{A}}^{(i-1)} \odot \hat{\mathbf{H}}^{(i)}) \mathbf{\Phi}^T\|_F^2 \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{A}}^{(i)} = \arg \min_{\mathbf{A}} \|\mathbf{X}_1 - (\hat{\mathbf{H}}^{(i)} \odot \hat{\mathbf{\Phi}}^{(i)}) \mathbf{A}^T\|_F^2 \quad (21)$$

其中: i 表示迭代次数, $\|\cdot\|_F$ 表示 Frobenius 范数, $\hat{\mathbf{H}}^{(i)}$ 、 $\hat{\mathbf{A}}^{(i)}$ 和 $\hat{\mathbf{\Phi}}^{(i)}$ 分别表示 \mathbf{H} 、 \mathbf{A} 和 $\mathbf{\Phi}$ 的第 i 次迭代的估计值. 根据式(19)~(21), 依次交替拟合上述 3 个矩阵, 即可实现 \mathcal{B} 的分解. 具体过程如下:

步骤 1 根据式(12)~(15)得到 \mathcal{B} , 初始化矩阵 $\hat{\mathbf{A}}^{(0)}$ 、 $\hat{\mathbf{\Phi}}^{(0)}$, 令 $i=0$;

步骤 2 令 $i=i+1$;

步骤 3 根据式(19), 计算 \mathbf{H} 的 LS 估计

$$\hat{\mathbf{H}}^{(i)} = ((\hat{\mathbf{\Phi}}^{(i-1)} \odot \hat{\mathbf{A}}^{(i-1)})^\dagger \mathbf{X}_2)^T;$$

步骤 4 根据式(20), 计算 $\mathbf{\Phi}$ 的 LS 估计

$$\hat{\mathbf{\Phi}}^{(i)} = ((\hat{\mathbf{A}}^{(i-1)} \odot \hat{\mathbf{H}}^{(i)})^\dagger \mathbf{X}_3)^T;$$

步骤 5 根据式(21), 计算 \mathbf{A} 的 LS 估计

$$\hat{\mathbf{A}}^{(i)} = ((\hat{\mathbf{H}}^{(i)} \odot \hat{\mathbf{\Phi}}^{(i)})^\dagger \mathbf{X}_1)^T;$$

步骤 6 令 $\phi^{(i)} = \|\mathbf{X}_2 - (\hat{\mathbf{\Phi}}^{(i)} \odot \hat{\mathbf{A}}^{(i)}) \hat{\mathbf{H}}^{(i)T}\|_F$, 若 $|\phi^{(i)} - \phi^{(i-1)}| < \varepsilon$ ($\varepsilon < 10^{-8}$), 则迭代结束; 否则, 跳转至步骤 2;

步骤 7 $\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{S}^\dagger \mathbf{U}_p \hat{\mathbf{\Phi}}$.

其中: $\phi^{(i)}$ 表示第 i 次迭代过程中的代价函数, $\hat{\Phi}$ 和 \hat{B} 分别表示 Φ 和 B 的估计值, $(\cdot)^\dagger$ 为求伪逆运算. 对于第 p 条路径的 AOA 信息 $\hat{\theta}_p$ 和传播时延 $\hat{\tau}_p$, 可采用对估计矩阵 \hat{A} 和 \hat{B} 的第 p 列求平均的方法获得.

3 可辨识性分析

令 k_A, k_H 和 k_Φ 分别表示加载矩阵 A, H 和 Φ 的 k 秩^[8], 根据 PARAFAC 模型分解唯一性^[5]可知, 若满足

$$k_A + k_H + k_\Phi > 2P + 2 \quad (22)$$

则加载矩阵本质唯一. 此时, 估计结果与加载矩阵之间有如下关系

$$\hat{A} = A\Pi\Delta_1, \hat{H} = H\Pi\Delta_2, \hat{\Phi} = \Phi\Pi\Delta_3 \quad (23)$$

其中: Π 是列模糊矩阵; Δ_1, Δ_2 和 Δ_3 是尺度模糊矩阵, 并满足 $\Delta_1\Delta_2\Delta_3 = I$. 对于列模糊和尺度模糊, 可采用归一化的方法消除^[5]. 由式(23)可知, 加载矩阵的估计结果具有相同的列模糊. 因此, 不同路径的 AOA 和传播时延能够自动配对. 由于 A 是范德蒙德矩阵, 而 H 为随机矩阵, 则 A 和 H 具有满 k 秩.

因为 S 和 B 是列满秩矩阵, 则 $\text{rank}(\tilde{B}) = \text{rank}(S^T B) = \text{rank}(B) = P$. 同理, $\text{rank}(\Phi) = P$. 又因为矩阵 B, S 和 U_p 不存在线性相关列, 则 Φ 具有满 k 秩. 因此, 式(22)可等效为

$$\min(M_R, P) + \min(T, P) > P + 2 \quad (24)$$

当系统参数满足式(24)时, A, Φ 和 H 在 LS 意义上是可辨识的.

4 仿真结果

使用蒙特卡洛仿真, 对角度和时延估计的性能进行分析及验证. 假设 H 为随机生成矩阵, 噪声为独立同分布的高斯白噪声. 若无特殊说明, 假设多径数 $P=5$, 到达角 $\theta = (-10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 60^\circ)$, 传播时延 $\tau = (0.1T_s, 1T_s, 1.5T_s, 2T_s, 3T_s)$. 导频信号采用正交相移键控调制. 信道估计性能由均方根误差 (RMSE, root mean squared error) 表征.

图2给出了所提方法对 AOA 和传播时延的估计效果. 其中, $M_R = 8, T = 8, K = 64$, 蒙特卡洛仿真次数 $Q = 30$, 信噪比为 10 dB. 由图2可知, 即使在低信噪比情况下, 所提方法仍然能够将所有的 AOA 和传播时延联合估计出来, 并且估计结果均集中于原始参数值的附近, 具有较好的性能.

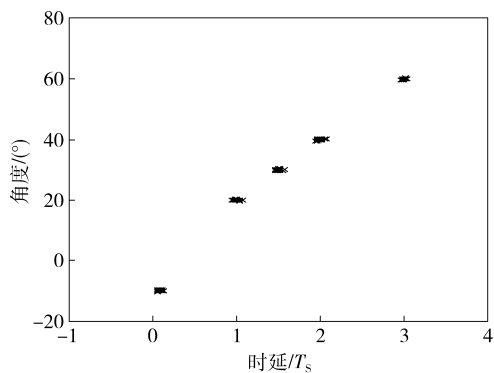
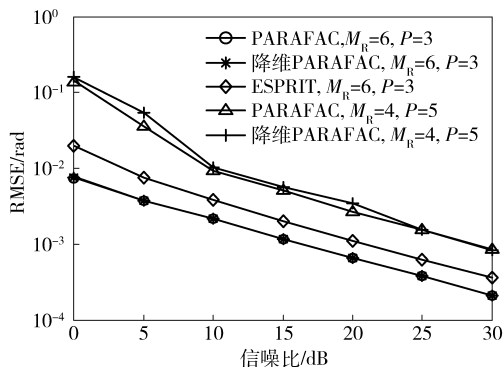
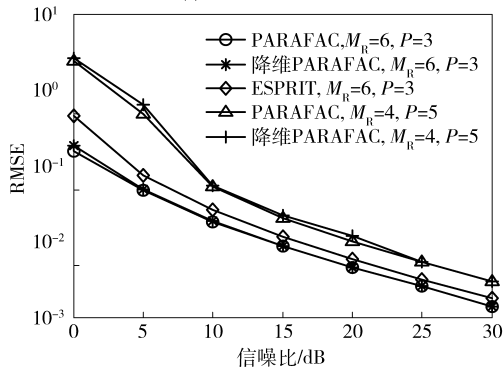


图2 算法估计效果

图3给出了所提方法和已有方法性能的比较. 已有方法选择了传统 PARAFAC 分解方法和 ESPRIT 方法. 其中, $T=8, K=64, Q=500$; 当 $P=3$ 时, $\theta = (-10^\circ, 20^\circ, 30^\circ), \tau = (0.1T_s, 1T_s, 1.5T_s)$. 图3表明, 所提方法的估计性能是优于 ESPRIT 算法的. 特别是当接收天线数目 M_R 小于传播路径个数 P 时, ESPRIT 算法是无法工作的, 而所提方法依然具有较好的估计性能, 并接近于传统 PARAFAC 分解方法的估计性能. 此外, 由于所提方法在进行截断处理时造成了部分信号成分的损失, 在低信噪比情况下的估计性能略低于传统 PARAFAC 分解方法.



(a) AOA的RMSE性能比较



(b) 传播时延的RMSE性能比较

图3 算法性能比较

在中高信噪比情况下两者的 RMSE 曲线是近乎重合的.

由第 2 节可知,算法的总复杂度由算法的收敛次数及单次迭代的复杂度所决定. 对于传统 PARAFAC 分解方法,其单次迭代的复杂度为 $O(P^3 + M_R TKP)^{[5]}$;而对于所提方法,单次迭代的复杂度为 $O(P^3 + M_R TP^2)$. 当 K 远大于 P 时,后者的运算量是远小于前者的. 本研究采用 CPU 占用时间(单位:s)来表征算法复杂度的具体情况. 表 1 给出了 2 种方法在不同信噪比情况下达到收敛时的 CPU 占用时间. 仿真参数为 $M_R = 8, T = 8, K = 64$. 表 1 表明,所提方法具有更快的收敛速度. 此外,所提方法在拟合过程中占用的存储空间也更少.

表 1 CPU 占用时间 s

信噪比/ <i>dB</i>	降维前	降维后
5	0.301 1	0.067 1
10	0.204 5	0.078 2
15	0.211 3	0.068 8
20	0.324 1	0.073 6
25	0.201 1	0.112 1
30	0.280 4	0.091 4

5 结束语

利用多维矩阵低秩分解思想,在采用 OFDM 技术的阵列天线系统中提出了一种信道多维参数的联合估计方法. 借助导频信号,在接收端对接收信号进行建模,构造出三维 PARAFAC 信号模型,并采用 TALS 算法对降维后的信号模型进行拟合,实现了信道多个参数的联合估计. 计算机仿真及分析验证了所提方法的有效性.

参考文献:

[1] Harle R. A survey of indoor inertial positioning systems for pedestrians[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2013, 15(3): 1281-1293.

[2] Bazzi A, Slock D T M, Meilhac L. On joint angle and delay Estimation in the presence of local scattering[C]// 2016 IEEE International Conference on Communications (ICC). Kuala Lumpur:IEEE, 2016: 12-16.

[3] Adeogun R O, Teal P D, Dmochowski P A. Novel algorithm for prediction of wideband mobile mimo wireless channels[C]// 2014 IEEE International Conference on Communications (ICC). Sydney: IEEE, 2014: 4632-4637.

[4] de Almeida A L F, Favier G, Mota J C M, et al. Estimation of frequency-selective block-fading MIMO channels using PARAFAC modeling and alternating least squares [C]// 2006 Fortieth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers(ACSSC). Pacific Grove: IEEE, 2006: 1630-1634.

[5] Sidiropoulos N D, Giannakis G B, Bro R. Blind PARAFAC receivers for DS-CDMA systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(3): 810-823.

[6] Sidiropoulos N D, Budampati R S. Khatri-Rao space-timecodes[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(10): 2396-2407.

[7] Liu K, da Costa J P C L, So H C, et al. Semi-blind receivers for joint symbol and channel estimation in space-time-frequency MIMO-OFDM systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(21): 5444-5457.

[8] Kruskal J B. Three-way arrays: rank and uniqueness of trilinear decompositions, with application to arithmetic complexity and statistics[J]. Linear Algebra and Its Applications, 1977, 18(2): 95-138.