

文章编号:1007-5321(2017)01-0094-05

DOI:10.13190/j.jbupt.2017.01.017

# 基于 RBF 网络的欠定盲分离源信号恢复

付卫红, 农 斌, 陈杰虎, 刘乃安

(西安电子科技大学 通信工程学院, 西安 710071)

**摘要:** 基于优化近似  $\ell_0$  范数的算法应用于欠定盲分离源信号恢复时,存在算法复杂度较高,恢复精度受步长影响较大的问题,为此,提出了基于径向基函数(RBF)网络的欠定盲分离源信号恢复算法. 该算法借助 RBF 网络进行交替优化,同时引入修正牛顿法对最小化近似  $\ell_0$  范数进行求解,避免了传统的近似  $\ell_0$  范数重构算法因步长选择不当造成恢复精度较低的缺点. 仿真结果表明,与现有的基于平滑  $\ell_0$  范数的算法相比,所提方法在保证较高恢复精度的同时复杂度明显降低.

**关键词:** 欠定盲分离; 径向基函数网络;  $\ell_0$  范数; 修正牛顿法

中图分类号: TN911.7

文献标志码: A

## Source Recovery in Underdetermined Blind Source Separation Based on RBF Network

FU Wei-hong, NONG Bin, CHEN Jie-hu, LIU Nai-an

(School of Telecommunications Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** When the algorithms based on optimizing approximated  $\ell_0$  norm are applied to source recovery in underdetermined blind source separation, the complexity is high and the recovery accuracy is greatly affected by the step size. An algorithm for source recovery in underdetermined blind source separation based on radial basis function (RBF) network (SRRBF) was proposed in order to solve these problems. Depending on RBF network, an alternate optimization is performed in the method proposed. Additionally, the approximated  $\ell_0$  norm is optimized by modified Newton method to avoid inaccurate recovery caused by unsuited step size. Simulations verify that computational complexity of SRRBF is dramatically low while the recovery precision is high.

**Key words:** underdetermined blind source separation; radial basis function network;  $\ell_0$  norm; modified Newton method

欠定盲分离是在源信号和信道传输参数未知的情况下,仅由传感器接收到的观测信号来恢复源信号的过程,且要求传感器的个数少于源信号的个数. Mohimani 等<sup>[1]</sup>提出了基于平滑  $\ell_0$  范数 (SLO, smoothed  $\ell_0$  norm) 的稀疏重构算法,可用于欠定盲分离源信号恢复. Eftekhari 等<sup>[2]</sup>在 SLO 的基础上提出了稳健 SLO (RSLO, robust SLO) 方法,提高了抗噪性

能. Vidya 等<sup>[3]</sup>提出了基于径向级联网络的稀疏重构 (RASR, radial basis function cascade network for sparse signal recovery) 算法,提高了重构精度. 安澄全等<sup>[4]</sup>提出了基于混合优化的 SLO 稀疏重构 (HOSLO, hybrid optimization SLO) 算法,降低了复杂度. 上述算法均采用梯度下降法寻找最优解,然而当迭代步长选择不当时,算法的精度较差.

收稿日期: 2016-03-08

基金项目: 国家自然科学基金项目(61201134, 61201135); 高等学校学科创新引智计划项目(B08038)

作者简介: 付卫红(1979—),女,副教授, E-mail:whfu@mail.xidian.edu.cn.

针对现有的算法存在的不足,笔者在径向基函数(RBF, radial basis function)网络的基础上,利用反馈回路进行交替优化,同时使用修正的牛顿方向进行迭代,来提高算法的收敛速度和精度. 所提出的算法在保证较高恢复精度的同时显著降低了算法的复杂度,与现有算法相比,表现出了良好的恢复性能.

## 1 欠定盲分离模型

盲源分离在没有先验信息的情况下,仅利用观测信号来恢复源信号,其数学表达式为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$  为观测信号向量; $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)]^T$  为源信号向量; $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}$  为混合矩阵, $M$  为观测信号数目, $N$  为源信号数目,且要求  $M < N$ ;  $t = 1, 2, \dots, T$  为离散采样时刻, $T$  为总的采样点数. 当源信号为稀疏信号时,欠定盲分离可以采用两步法进行解决,首先利用接收到的信号估计出混合矩阵  $\mathbf{A}$ , 然后利用接收信号与估计出的混合矩阵恢复出源信号  $\mathbf{s}(t)$ . 在混合矩阵  $\mathbf{A}$  已经估计出来的情况下,欠定盲分离源信号恢复与压缩感知稀疏信号重构有相同的数学模型,可以使用稀疏信号重构算法来求解欠定盲分离源信号恢复问题. 为了描述方便,省略式(1)中的  $t$ , 即针对离散采样时刻  $t$ , 重写式(1)得

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} \quad (2)$$

其中: $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_M]^T$  为观测向量, $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_N]^T$  为源信号向量.

## 2 基于 RBF 网络的源信号恢复

### 2.1 RBF 网络

下面介绍两层级联的 RBF 网络,如图 1 所示, Net1 由 RBF 构成, Net2 为实现最小均方误差.

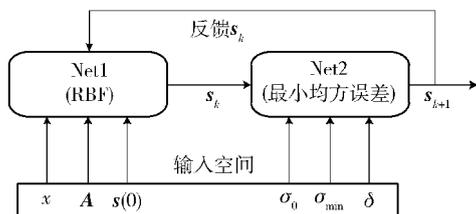


图 1 径向基函数网络结构

常用的 RBF 为高斯核函数,定义为

$$K(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{v} - \mathbf{v}'\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3)$$

其中: $\mathbf{v}, \mathbf{v}'$  为输入数据, $\sigma > 0$  为自由参数. 图 1 中的参数和式(3)中的参数在后文中依次介绍. 下面引入稀疏恢复模型. 原始的稀疏信号恢复模型如下:

$$\min \|\mathbf{s}\|_0 \quad \text{subject to } \mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} \quad (4)$$

其中: $\mathbf{s}$  为待恢复的信号向量, $\mathbf{x}$  为观测向量, $\mathbf{A}$  为混合矩阵(任意 2 个列向量之间不相关).  $\|\mathbf{s}\|_0$  表示  $\mathbf{s}$  的  $l_0$  范数,即向量  $\mathbf{s}$  中非零元素的个数.

根据压缩感知<sup>[5]</sup>理论可知,式(4)属于 NP-hard 问题. 因此需要对式(4)做进一步修改使其转化成可优化的问题,一个有效的方法是使用近似  $l_0$  范数来替换式(4)中的  $\|\mathbf{s}\|_0$ . 回到式(3),令  $s_i = \|\mathbf{v} - \mathbf{v}'\|_2$ , 则式(3)变为  $K(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = K(s_i) = \exp\left(-\frac{s_i^2}{2\sigma^2}\right)$ . 现在考虑如下模型:

$$\min F_1(\mathbf{s}) \quad \text{subject to } \mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} \quad (5)$$

其中  $F_1(\mathbf{s}) = \sigma^2 \left(N - \sum_{i=1}^N K(s_i)\right)$ . 显然, $\sigma$  的值越小, $F_1(\mathbf{s})$  越能逼近向量  $\mathbf{s}$  的  $l_0$  范数,因此当  $\sigma$  取值足够小的时候,可以使用式(5)来近似代替式(4).

在实际应用中,由于受到噪声的干扰,式(4)或者式(5)中的约束条件  $\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s}$  不会严格成立,更为合理的约束条件应为  $\|\mathbf{x} - \mathbf{A}\mathbf{s}\|_2^2 < \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  为门限值,它与噪声强度有关. 因此,图 1 中的 Net2(最小均方误差)可以定义为

$$\min \frac{1}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{A}\mathbf{s}\|_2^2 \quad (6)$$

至此,图 1 中的 RBF 网络已完成定义,输入空间由观测信号、混合矩阵和初始化参数构成.

为了使图 1 中 RBF 网络的输出尽可能收敛至真实的源信号,实行交替优化,即式(5)的结果作为式(6)的输入,式(6)的结果作为式(5)的输入,因此在 RBF 网络中形成一个反馈回路,提高了源信号恢复的精度.

### 2.2 源信号恢复方法

对于 Net1 的优化,为了避免最速下降法所产生的“锯齿”效应的影响以及步长选取的问题,使用牛顿法进行迭代优化. 首先计算  $F_1(\mathbf{s})$  的梯度,可得

$$\nabla F_1(\mathbf{s}) = \left[ \frac{s_1}{\sigma^2} e^{-\frac{s_1^2}{2\sigma^2}}, \frac{s_2}{\sigma^2} e^{-\frac{s_2^2}{2\sigma^2}}, \dots, \frac{s_N}{\sigma^2} e^{-\frac{s_N^2}{2\sigma^2}} \right]^T \quad (7)$$

求出式(7)对应的 Hessian 矩阵:

$$\begin{aligned} \nabla^2 F_1(\mathbf{s}) = & \text{diag} \left[ e^{-\frac{s_1^2}{2\sigma^2}} \left( \frac{\sigma^2 - s_1^2}{\sigma^4} \right), e^{-\frac{s_2^2}{2\sigma^2}} \left( \frac{\sigma^2 - s_2^2}{\sigma^4} \right), \dots, e^{-\frac{s_N^2}{2\sigma^2}} \left( \frac{\sigma^2 - s_N^2}{\sigma^4} \right) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

牛顿法和梯度下降法不同之处在于搜索方向的选取,牛顿方向为

$$\mathbf{d} = -[\nabla^2 F_1(\mathbf{s})]^{-1} \nabla F_1(\mathbf{s}) \quad (9)$$

但牛顿方向不一定是  $F_1(\mathbf{s})$  的下降方向,这就可能导致算法失效.

为保证牛顿方向  $\mathbf{d}$  为  $F_1(\mathbf{s})$  的下降方向,要求  $\nabla^2 F_1(\mathbf{s})$  为正定矩阵,可以简单证明:令  $D = (\nabla F_1(\mathbf{s}))^T \mathbf{d} = -(\nabla F_1(\mathbf{s}))^T [\nabla^2 F_1(\mathbf{s})]^{-1} \nabla F_1(\mathbf{s})$ ,要使牛顿方向  $\mathbf{d}$  为  $F_1(\mathbf{s})$  的下降方向, $D$  必须小于0,从而  $(\nabla F_1(\mathbf{s}))^T [\nabla^2 F_1(\mathbf{s})]^{-1} \nabla F_1(\mathbf{s}) > 0$ ,这意味着  $\nabla^2 F_1(\mathbf{s})$  为正定矩阵.

所以,需要对式(9)中的矩阵进行修正,使 Hessian 矩阵  $\nabla^2 F_1(\mathbf{s})$  成为正定矩阵.修正后的 Hessian 矩阵为  $\mathbf{G} = \nabla^2 F_1(\mathbf{s}) + \mathbf{V}$  ( $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  为对角矩阵),让  $\mathbf{G}$  代替式(9)中的 Hessian 矩阵进行迭代搜索.为了使修正后的矩阵  $\mathbf{G}$  为正定矩阵,可以取

$$\mathbf{V} = \text{diag} \left[ \frac{2s_1^2}{\sigma^4} e^{-\frac{s_1^2}{2\sigma^2}}, \frac{2s_2^2}{\sigma^4} e^{-\frac{s_2^2}{2\sigma^2}}, \dots, \frac{2s_N^2}{\sigma^4} e^{-\frac{s_N^2}{2\sigma^2}} \right] \quad (10)$$

进一步可以得到

$$\mathbf{G} = \text{diag} \left[ \frac{\sigma^2 + s_1^2}{\sigma^4} e^{-\frac{s_1^2}{2\sigma^2}}, \frac{\sigma^2 + s_2^2}{\sigma^4} e^{-\frac{s_2^2}{2\sigma^2}}, \dots, \frac{\sigma^2 + s_N^2}{\sigma^4} e^{-\frac{s_N^2}{2\sigma^2}} \right] \quad (11)$$

显然,矩阵  $\mathbf{G}$  中的对角元素全部满足恒大于0,符合正定矩阵的条件.根据上面得到的修正的 Hessian 矩阵以及牛顿方程式,可以求得修正后的牛顿方向:

$$\mathbf{d} = -\mathbf{G}^{-1} \nabla F_1(\mathbf{s}) = \left[ -\frac{\sigma^2 s_1}{\sigma^2 + s_1^2}, -\frac{\sigma^2 s_2}{\sigma^2 + s_2^2}, \dots, -\frac{\sigma^2 s_N}{\sigma^2 + s_N^2} \right]^T \quad (12)$$

利用修正后的牛顿方向作为算法的迭代方向,可以得到估计信号由第  $k$  次到第  $k+1$  次迭代的递推公式为

$$\mathbf{s}_{k+1} = \mathbf{s}_k + \mathbf{d}_k \quad (13)$$

$$\text{其中 } \mathbf{d}_k = \left[ -\frac{\sigma_k^2 s_{1k}}{\sigma_k^2 + s_{1k}^2}, -\frac{\sigma_k^2 s_{2k}}{\sigma_k^2 + s_{2k}^2}, \dots, -\frac{\sigma_k^2 s_{Nk}}{\sigma_k^2 + s_{Nk}^2} \right]^T.$$

为了使  $F_1(\mathbf{s})$  越来越逼近源信号向量  $\mathbf{s}$  的  $\ell_0$  范数,每次迭代选取一个  $\sigma$  值,且逐渐减小至门限值  $\sigma_{\min}$ ,即  $\sigma_{\min} < \sigma_{k+1} < \sigma_k$ .

对于 Net2 的优化,由于式(6)中的目标函数的 Hessian 矩阵不是对角阵,在进行矩阵求逆时计算较为复杂且精度很难保证,因此采用文献[3]中的迭代方法求解式(6),迭代公式为

$$\mathbf{s}_{k+1} = \mathbf{s}_k + \mu_j \mathbf{A}_j^T (x_j - \mathbf{A}_j \mathbf{s}_k), \quad j=1, 2, \dots, M \quad (14)$$

其中:  $\mu_j = 1 / \|\mathbf{A}_j\|_2$  为迭代步长,  $\mathbf{A}_j$  为  $\mathbf{A}$  的第  $j$  行.具体的推导过程可参考文献[3],这里不再重复推导.

经过上述分析,使用式(13)和式(14)进行交替优化,即可在 Net1 和 Net2 之间形成反馈回路,使得 RBF 网络的输出尽可能收敛至真实的源信号.输入空间中的参数初始化如下:  $\mathbf{s}_k$  的初始值为  $\mathbf{s}_0 = \mathbf{A}^T (\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{x}$ ,  $\delta$  为小于1的尺度参数,在仿真实验中取值为0.6,用于更新  $\sigma$ .  $\sigma$  为式(3)中的自由参数,当取值较小时,Net1 中的  $F_1(\mathbf{s})$  越能够逼近向量  $\mathbf{s}$  的  $\ell_0$  范数,但是随着  $\sigma$  值的减小,  $F_1(\mathbf{s})$  的平滑性越差,局部极值点越多.因此在进行交替优化的过程中,  $\sigma$  取值应当逐渐减小.在仿真实验中,  $\sigma$  初始化为  $\sigma_0 = 2 \max \{s_0\}$ ,最小值为  $\sigma_{\min}$ .

综上所述,基于 RBF 网络的欠定盲分离源信号恢复算法流程如下:

**步骤1** 初始化估计信号  $\mathbf{s}_0 = \mathbf{A}^T (\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{x}$ , 尺度参数  $\delta = 0.6$ ,  $\sigma_0 = 2 \max \{s_0\}$ ,  $\sigma_{\min} = 10^{-5}$ , 迭代次数  $k = 0$ .

**步骤2** 当  $\sigma_k > \sigma_{\min}$  时,执行步骤3至步骤6.

**步骤3** 根据式(12)求出牛顿方向  $\mathbf{d}_k$ .

**步骤4** 根据式(13),更新  $\mathbf{s}_k: \mathbf{s}_k \leftarrow \mathbf{s}_k + \mathbf{d}_k$ .

**步骤5** 对于  $j = 1, 2, \dots, M$  ( $M$  为观测信号个数),执行1)、2):

1)  $\alpha_k = (x_j - \mathbf{A}_j \mathbf{s}_k) / \|\mathbf{A}_j\|_2$ , 其中  $\mathbf{A}_j$  为  $\mathbf{A}$  的第  $j$  行;

2) 更新  $\mathbf{s}_k: \mathbf{s}_k \leftarrow \mathbf{s}_k + \alpha_k \mathbf{A}_j$ .

**步骤6**  $\sigma_{k+1} = \delta \sigma_k$ ,  $\mathbf{s}_{k+1} = \mathbf{s}_k$ , 更新  $k: k \leftarrow k + 1$ .

**步骤7** 输出  $\mathbf{s}_k$ .

### 3 算法的收敛性和复杂度分析

根据文献[6],迭代产生的源信号序列  $\{\mathbf{s}_k\}$  所循的路径呈现出“锯齿现象”,影响收敛速度.当 Hessian 矩阵  $\nabla^2 F_1(\mathbf{s})$  条件数很大时,“锯齿现象”尤为严重.但是基于 RBF 网络的欠定盲分离源信号恢复 (SRRBF, source recovery in underdetermined blind source separation based on RBF network) 算法中所引入的牛顿法可以快速收敛,下面说明对 Net1 中  $F_1(\mathbf{s})$  的优化可以实现至少2级收敛.根据文献[6],有如下定理.

**定理** 设  $f(\mathbf{s})$  为二次连续可微函数,  $\bar{\mathbf{s}}$  满足  $\nabla f(\bar{\mathbf{s}}) = \mathbf{0}$ , 且  $\nabla^2 f(\bar{\mathbf{s}})$  可逆.当  $\mathbf{s}'$  接近  $\bar{\mathbf{s}}$  时,使得存在  $k_1, k_2 > 0$ , 满足  $k_1 k_2 < 1$ , 且对每一个  $\mathbf{s} \in \mathbf{S} = \{\mathbf{s} \mid \|\mathbf{s} -$

$\bar{s} \parallel \leq \|s' - \bar{s}\|$ , 有

$$\|\nabla^2 f(\bar{s})^{-1}\| \leq k_1 \quad (15)$$

$$\frac{\|\nabla f(\bar{s}) - \nabla f(s) - \nabla^2 f(s)(\bar{s} - s)\|}{\|\bar{s} - s\|} \leq k_2 \quad (16)$$

则牛顿法产生的序列收敛于  $\bar{s}$ . 下面结合该定理做收敛性分析.

在 Net1 中  $F_1(s)$  达到最优解的极值条件为  $\nabla F_1(\bar{s}) = \mathbf{0}$ ,  $\bar{s}$  为最优解. 令  $F_1(s) = f(s)$ , 且对牛顿方向修正后, 得到  $G = \nabla^2 F_1(s) + V$ . 利用式(10)、式(15)和式(16)做进一步的推导, 可得到

$$\|G^{-1}\| \leq k'_1 \quad (17)$$

$$\frac{\|\nabla F_1(\bar{s}) - \nabla f(s) - G(\bar{s} - s)\|}{\|\bar{s} - s\|} \leq k'_2 \quad (18)$$

其中  $k'_1, k'_2 > 0, k'_1 k'_2 < 1$ . 当  $s_k \in S, s_k \neq \bar{s}$  时, 有

$$\begin{aligned} s_{k+1} - \bar{s} &= s_k - G^{-1} \nabla F_1(s_k) - \bar{s} = \\ &= (s_k - \bar{s}) - G^{-1} [\nabla F_1(s_k) - \nabla F_1(\bar{s})] = \\ &= G^{-1} [\nabla F_1(\bar{s}) - \nabla F_1(s_k) - G(\bar{s} - s_k)] \end{aligned} \quad (19)$$

再考虑到式(17)和式(18), 有

$$\|s_{k+1} - \bar{s}\| \leq$$

$$\|G^{-1}\| \|\nabla F_1(\bar{s}) - \nabla F_1(s_k) - G(\bar{s} - s_k)\| \leq k'_1 k'_2 \|s_k - \bar{s}\| < \|s_k - \bar{s}\| \quad (20)$$

因此,  $s_{k+1}$  比  $s_k$  更接近于  $\bar{s}$ , 即序列  $\{s_k\}$  收敛于  $\bar{s}$ . 实际上, 在收敛时有下列关系:

$$\|s_{k+1} - \bar{s}\| \leq c \|s_k - \bar{s}\|^2 \quad (21)$$

其中:  $\bar{s}$  为源信号的最优解,  $c$  为某个常数. 利用极值条件、泰勒定理及相应矩阵运算可推导出式(21), 由于篇幅的限制, 这里不做具体的推导. 由式(21)知修正的牛顿法至少 2 级收敛, 可见修正的牛顿法的收敛速度比较快.

对于 SRRBF 算法而言, 计算复杂度主要来源于式(13)、式(14)以及步骤 5, 因此, 若算法迭代次数为  $L_1$ , 加法和乘法的次数分别约为  $L_1[2N + (3T)^M]$  和  $L_1[4N + (3T + 1)^M]$ . 对于 RASR 算法, 计算复杂度主要来自于梯度的计算和迭代点的更新, 若迭代次数为  $L_2$ , 则加法和乘法的次数分别约为  $L_2[2T - 1 + (3T)^M]$  和  $L_2[T + 1 + (3T + 1)^M]$ . 一般而言, 源信号数目  $N$  远小于采样点数目  $T$ , 由于修正的牛顿法收敛速度更快, 使得  $L_1 \ll L_2$ , 所以 SRRBF 算法的复杂度明显小于 RASR 算法. 对 SLO、RSL0、HOSLO 算法可做类似的分析, 限于篇幅不再具体分析.

## 4 算法仿真与结果分析

为了比较提出的 SRRBF 算法与现有的基于

范数的算法的性能, 对 SLO、RSL0、RASR、HOSLO 以及 SRRBF 这 5 种算法进行仿真. 在仿真实验中产生 5 路稀疏源信号, 混合矩阵  $A$  为 3 行 5 列的高斯随机矩阵. 稀疏度表示在某一时刻每路源信号为 0 的概率. 信号采样长度  $T = 1000$ . 实验中采用运算时间来衡量算法复杂度, 使用相关系数来衡量算法的精度, 其中源信号与恢复信号的相关系数定义为

$$\gamma_{\text{coef}}(\hat{S}, S) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{\left| \sum_{t=1}^T s(n, t) \hat{s}(n, t) \right|}{\sqrt{\sum_{t=1}^T s^2(n, t) \sum_{t=1}^T \hat{s}^2(n, t)}} \quad (22)$$

其中:  $S$  为估计得到的源信号,  $\hat{S}$  为实际的源信号,  $s(n, t)$  为  $S$  的第  $n$  行第  $t$  列个元素,  $\hat{s}(n, t)$  为  $\hat{S}$  的第  $n$  行第  $t$  列个元素. 相关系数越大, 表示精度越高. 相关系数的最大值为 1.

根据图 2 可知, 在稀疏度为 0.8 的情况下, 在信噪比从 10 ~ 30 dB 变化范围内, SRRBF 算法的相关系数均大于其他 4 种算法. 比如, 在 10 dB 的情况下, SRRBF 算法的相关系数分别比 SLO、RSL0、RASR、HOSLO 算法高出了约 2.13%、2.49%、1.20%、1.62%.

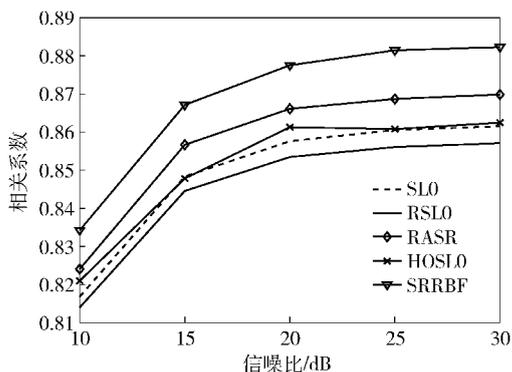


图 2 源信号稀疏度为 0.8 时各算法的相关系数随信噪比的变化

由图 3 可得, 在稀疏度为 0.8 的情况下, 在信噪比从 10 ~ 30 dB 变化范围内, SRRBF 算法的运算时间小于其他 4 种算法. 比如, 在 10 dB 的情况下, SRRBF 算法运行时间分别比 SLO、RSL0、RASR、HOSLO 算法降低了约 36.82%、48.83%、42.85%、62.92%.

图 4 给出了信噪比为 10 dB 情况下 5 种算法相关系数随稀疏度变化的曲线. 由图 4 可以看出, 当稀疏度小于 0.55 时, SRRBF 算法的相关系数大于 SLO、RSL0、HOSLO 算法, 略微小于 RASR 算法. 例如, 稀疏度为 0.5 的情况下, SRRBF 算法的相关系

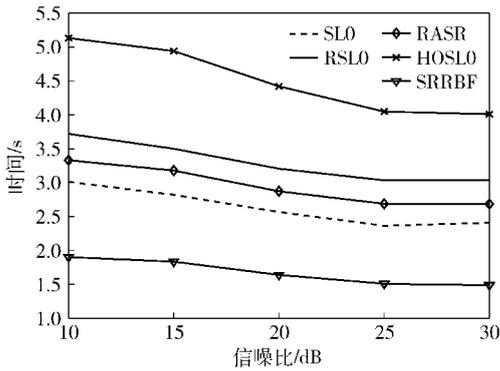


图3 源信号稀疏度为0.8时各算法的运算时间随信噪比变化的曲线

数比 RASR 算法减小了约 0.1%, 而比 SLO、RSL0、HOSL0 算法分别提高了约 0.4%、0.7%、4.3%。当稀疏度大于 0.55 时, SRRBF 算法的相关系数均大于其他 4 种算法。

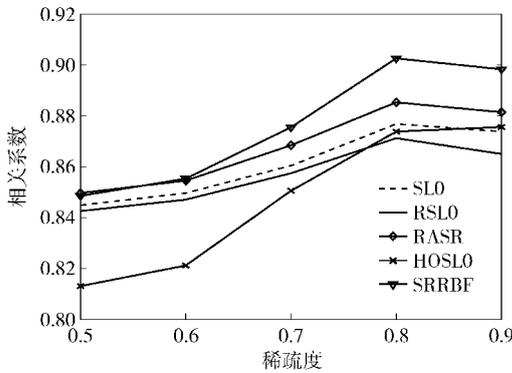


图4 信噪比为 10 dB 时各算法的相关系数随稀疏度的变化

由图 5 可以看出, SRRBF 算法的运算复杂度显著小于其他 4 种算法。比如, 在稀疏度为 0.5 的条件下,

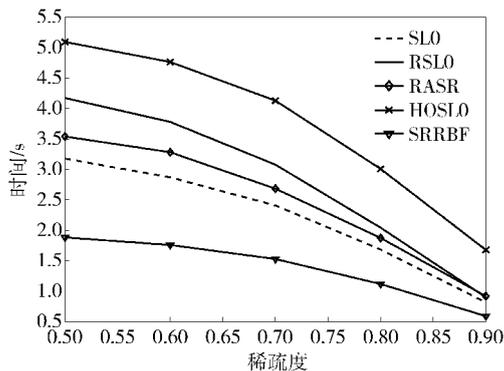


图5 信噪比为 10 dB 时各算法运算时间随稀疏度的变化

件下, SRRBF 算法比 SLO、RSL0、RASR、HOSL0 算法的运行时间分别降低了约 40.75%、54.88%、46.82%、63.03%。

根据以上的仿真结果及分析可以得出: 1) 在信号稀疏度较小的情况下, 与 RASR 算法相比, SRRBF 算法以牺牲极小的精度作为代价, 节约了大量的运算时间, 即同时兼顾了复杂度和精度; 2) 在源信号稀疏度较大的情况下, SRRBF 算法在复杂度和精度方面均优于 SLO、RSL0、RASR、HOSL0 算法。

## 5 结束语

针对现有的基于优化近似  $\ell_0$  范数算法收敛速度慢, 精度受步长影响较大的问题, 提出了 SRRBF 算法。该算法在 RBF 网络的基础上, 实行交替优化, 同时引入修正的牛顿法克服算法精度受步长影响的缺点。与现有的 SLO、RSL0、RASR、HOSL0 算法相比, SRRBF 算法在保证有较高恢复精度的同时, 显著减少了算法的时间复杂度, 在处理欠定盲分离源信号恢复问题时具有明显的优势。

## 参考文献:

- [1] Mohimani H, Babaie-Zadeh M, Jutten C. A fast approach for overcomplete sparse decomposition based on smoothed  $\ell_0$  norm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(1): 289-301.
- [2] Eftekhari A, Bubaie M, Jutten C, et al. Robust-SLO for stable sparse representation in noisy settings [C]// 20<sup>th</sup> International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP, 2009). Taipei: IEEE press, 2009: 3433-3436.
- [3] Vidya L, Vivekanand V, Shyamkumar U, et al. RBF-network based sparse signal recovery algorithm for compressed sensing reconstruction [J]. Neural Networks, 2015, 63(3): 66-78.
- [4] 安健全, 彭军伟. 基于混合优化的平滑  $\ell_0$  压缩感知重构算法[J]. 应用科技, 2013, 40(5): 23-28. An Chengquan, Peng Junwei. Sparse recovery using smoothed  $\ell_0$  based on hybrid optimization algorithm[J]. Applied Science and Technology, 2013, 40(5): 23-28.
- [5] Candès E J, Wakin M B. An introduction to compressive sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 21-30.
- [6] 陈宝林. 最优化理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 286-291.