

文章编号:1007-5321(2017)01-0046-07

DOI:10.13190/j.jbupt.2017.01.008

基于功率分配的空间耦合数据传输性能分析

刘正宣, 康桂霞, 张宁波, 刘奎, 司中威

(北京邮电大学 信息与通信工程学院, 北京 100876)

摘要: 通过研究功率分配对空间耦合数据传输的性能影响,在空间耦合数据流间干扰完全消除的情况下,利用密度进化与势能函数证明了等功率传输性能最优. 为了以较少的性能损失为代价,减少等功率传输引起的高检测复杂度,提出了一种功率分配算法实现非等功率传输. 外信息转换图分析和仿真结果证实了理论分析的正确性和所提算法的可行性.

关键词: 功率控制; 空间耦合; 置信传播; 密度进化; 势能函数

中图分类号: TN929.53

文献标志码: A

Performance Analysis on Spatially Coupling Data Transmission Based on Power Allocation

LIU Zheng-xuan, KANG Gui-xia, ZHANG Ning-bo, LIU Kui, SI Zhong-wei

(School of Information and Communication Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract: In order to investigate the performance of power allocation for spatially coupling data transmission, under conditions in which the interference of among coupling data streams is eliminated completely, the author proved that the system performance can achieve optimal for equal power transmission by utilizing density evolution and potential function. To reduce higher detection complexity caused by equal power transmission at the price of a small performance loss, a new power allocation algorithm was proposed to implement unequal power transmission. Extrinsic information transfer chart analyses and simulation results verify the correctness of theory analysis and the feasibility of the proposed algorithm.

Key words: power control; spatially coupling; belief propagation; density evolution; potential function

随着未来移动通信和物联网的快速发展,这对系统容量和频谱效率提出了更高的要求. 非正交多址接入(NOMA, non-orthogonal multiple access)技术作为5G的一项关键技术,与当前4G所采用的正交多址接入技术相比,NOMA显著提升了系统的频谱效率^[1].

空间耦合传输作为一种NOMA技术能够避免传统CDMA系统遇到的干扰受限问题,它已从理论上被证明当信噪比趋向无穷大时,支持的系统负载也趋向无穷大^[2],其背后原理是利用了空间耦合码的门限饱和和效应^[3]. 随后,Truhachev等^[4]表明空间耦合传输系统可达到加性白色噪声信道上的

收稿日期: 2016-02-22

基金项目: 国家自然科学基金项目(61501056); 国家高技术研究发展计划(863计划)项目(2015AA01A709); 国家重大科技专项项目(2016ZX03001012)

作者简介: 刘正宣(1982—),男,博士生, E-mail: liuzhengxuan@bupt.edu.cn; 康桂霞(1972—),女,教授,博士生导师.

容量.

空间耦合传输的在接收端, Schlegel 等^[2,4]采用迭代干扰消除的方法进行检测, 但采用该算法的前提需要叠加的用户数足够大满足高斯近似, 而叠加用户数的增加又加大了检测复杂度. 在大规模稀疏扩频 CDMA 系统中, 置信传播 (BP, belief propagation) 是接近性能最优的检测算法^[5-6]. 空间耦合数据传输系统具有稀疏扩频 CDMA 特性. 因此, 在接收端笔者采用 BP 算法检测信号. 当叠加的用户数或数据流太多时, BP 检测复杂度也会增加, 但可采用用户调度方式解决. 如用户间两两配对分多个组, 然后每组内的用户再采用笔者所提的空间耦合方式实现数据传输.

在多址接入系统中, 功率分配是影响系统性能和复杂度的关键因素. 如在交织多址接入系统中, 在一定条件下等功率可达系统性能最优^[7], 但是等功率不能有效克服用户间干扰, 增加了迭代检测次数. 而非等功率却能促进迭代收敛, 从而降低检测复杂度^[8]. 笔者研究了功率分配对空间耦合多址接入系统性能影响. 通过高斯计算得到了空间耦合系统的密度进化方程式, 然后利用该方程式和势能函数对系统性能进行分析, 最后通过外信息转换 (EXIT, extrinsic information transfer) 图分析评估和模拟仿真验证.

1 系统模型及检测算法

1.1 系统模型描述

假设用户 1 和用户 2 共有 L 层数据流同时传输, 采用二进制相移键控调制后, 再乘以对应的幅值 \sqrt{p} 和 $\sqrt{\rho p}$, $\rho \in (0, 1]$ 表示系统的功率分配因子. 然后经过 R/K 多重卷积置换 (R/K MCP, R/K multiple convolutional permutor) 矩阵 \mathbf{H} 扩频形成空间耦合传

输, 如图 1 所示. 笔者采用空间耦合 LDPC 码的构造校验矩阵的方法^[9]生成 \mathbf{H} , 每行有 R 个 $M \times M$ 置换矩阵, 除了两端外每列有 K 个置换矩阵. 为了后面数学表达简便和避免混淆, 置换矩阵的列长度 M 使用 N 代替, 它对应图 1 中的时间偏移长度 t . 图 1 给出了一个 $3/6$ MCP 矩阵 \mathbf{H} , T 为传输的最大时间长度. 为了降低数据流间的相关性, 使 \mathbf{H} 的每行乘以相应的伪随机序列. 经过扩频后的数据流在不同时刻相叠加后再乘以一个功率归一化因子 $\eta = \sqrt{2P/(K(1+\rho))}$, 其中 P 是系统总发送功率, 不失一般性令 $P=1$, 最后传入加性白色高斯噪声信道. 笔者根据文献^[4]中的定义系统负载 $\beta = K/R$, 由图 1 可知 $\beta = 2$. 在某 t 时间段内接收信号 $\mathbf{y}_t = (y_{0,t}, \dots, y_{N-1,t})^T \in \mathbb{R}^N$ 可表示为

$$\mathbf{y}_t = \sum_{l \in \psi} \sum_{m \in \phi} \eta s_{t,m,l} b_{m,l} + \mathbf{z}_t \quad (1)$$

其中 $m \in \phi = \{0, \dots, M-1\}$, $l \in \psi = \{0, \dots, L-1\}$, $t \in \omega = \{0, \dots, T-1\}$. 式(1)中 $\mathbf{z}_t \sim N(\mathbf{0}, \sigma_z^2 \mathbf{I}_N)$ 表示噪声的均值为 0, 方差为 σ_z^2 的高斯分布, 则系统信噪比为 $\gamma = 1/\sigma_z^2$. $b_{m,l} \in \{-1, +1\}$ 表示数据流 l 的第 m 个符号, $\mathbf{s}_{t,m,l} = (s_{0,t,m,l}, \dots, s_{N-1,t,m,l})^T$ 表示在 t 时间内数据流 l 的第 m 个符号扩频序列, 其中, $s_{n,t,m,l}, n \in \vartheta = \{0, \dots, N-1\}$ 表示扩频序列的第 n 个符号. 若定义 $\mathbf{S}_{t,l} = (\mathbf{s}_{t,0,l}, \dots, \mathbf{s}_{t,M-1,l})$, 则矩阵 \mathbf{H} 可表示为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{0,0} & \cdots & \mathbf{S}_{0,\beta-1} & & \\ \vdots & \ddots & & \ddots & \\ \mathbf{S}_{R-1,0} & \cdots & \mathbf{S}_{R-1,\beta-1} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \mathbf{S}_{T-1,L-\beta} & \cdots & \mathbf{S}_{T-1,L-1} \end{bmatrix}$$

空白处对应的值均为 0.

1.2 BP 检测

笔者研究的耦合系统可用稀疏二分图表示^[4-5],

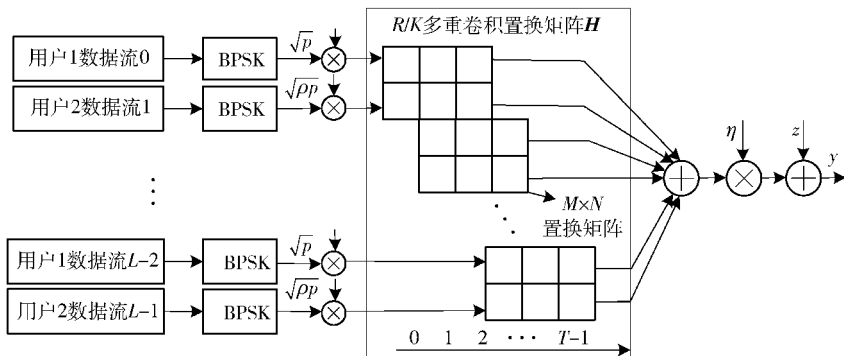


图 1 两用户空间耦合数据传输发送框图

变量节点和信道节点分别表示传输符号和在某时刻的接收信号. 令 $\partial(n, t)$ 和 $\varphi(m, l)$ 分别表示与信道节点 $s_{n,t}$ 相连的变量节点集合, 与变量节点 $v_{m,l}$ 相连的信道节点集合, $\partial(n, t) \setminus (m, l)$ 表示与信道节点 $s_{n,t}$ 相连除 $v_{m,l}$ 之外的变量节点集合, $\varphi(m, l) \setminus (n, t)$ 表示与变量节点 $v_{m,l}$ 相连除 $s_{n,t}$ 之外信道节点集合. 再令 $\mathbf{B}_{[n,t]}$ 和 $\mathbf{H}_{[n,t]}$ 分别表示在时间 t 内第 n 时刻传输的符号向量和对应的扩频符号向量, $L_{s_{n,t} \rightarrow v_{m,l}}^{(i)}$ 和 $L_{v_{m,l} \rightarrow s_{n,t}}^{(i)}$ 表示第 i 次迭代信道节点(变量节点)向变量节点(信道节点)传递的似然比(LLR, log-likelihood ratio)软信息. 变量节点和信道节点通过相连的边按如下方式更新消息.

1) 初始化各变量节点软信息

$$L_{v_{m,l} \rightarrow s_{n,t}}^{(0)} = 0, \forall m \in \phi, \forall l \in \psi, \forall n \in \vartheta, \forall t \in \omega \quad (2)$$

2) 更新信道节点的软信息

$$L_{s_{n,t} \rightarrow v_{m,l}}^{(i)} = \frac{\sum_{\substack{\{b_{\tilde{m}}, \tilde{l}\} \\ b_{\tilde{m}, \tilde{l}}=1}} \exp \left(\sum_{\substack{(\tilde{m}, \tilde{l}) \in \\ \partial(n, t) \setminus (m, l)}} \frac{b_{\tilde{m}, \tilde{l}} L_{v_{\tilde{m}, \tilde{l}} \rightarrow s_{n,t}}^{(i-1)}}{2} - \frac{\|y_{n,t} - \eta \mathbf{H}_{[n,t]}^T \mathbf{B}_{[n,t]}\|^2}{2\sigma_z^2} \right)}{\sum_{\substack{\{b_{\tilde{m}}, \tilde{l}\} \\ b_{\tilde{m}, \tilde{l}}=-1}} \exp \left(\sum_{\substack{(\tilde{m}, \tilde{l}) \in \\ \partial(n, t) \setminus (m, l)}} \frac{b_{\tilde{m}, \tilde{l}} L_{v_{\tilde{m}, \tilde{l}} \rightarrow s_{n,t}}^{(i-1)}}{2} - \frac{\|y_{n,t} - \eta \mathbf{H}_{[n,t]}^T \mathbf{B}_{[n,t]}\|^2}{2\sigma_z^2} \right)} \quad (3)$$

3) 更新变量节点软信息

$$L_{v_{m,l} \rightarrow s_{n,t}}^{(i)} = \sum_{(\tilde{n}, \tilde{l}) \in \varphi(m, l) \setminus (n, t)} L_{s_{\tilde{n}, \tilde{l}} \rightarrow v_{m,l}}^{(i)} \quad (4)$$

4) 判决

经过 I 次迭代后做硬判决, 即

$$\hat{v}_{m,l} = \arg \max_{v_{m,l}} L_{v_{m,l}}^{(I)}$$

2 性能分析

2.1 密度进化

根据 Takeuchi 等^[5-6]所提的方法, 笔者经过公式推导得到不同功率下的空间耦合系统的信干噪比与干扰噪声功率的耦合递归表达式, 可表示为

$$r_l^{(i)} = \frac{2}{K(1+\rho)} \sum_{r=0}^{R-1} \frac{\rho^\delta}{\sigma_{(r+\lfloor l/\beta \rfloor)}^2(i)} \quad (5)$$

$$\sigma_l^2(i) = \sum_{k=0}^{K/\beta-1} \frac{\rho^\delta}{R(1+\rho)} \zeta(r_{\lambda}^{(i-1)}) + \sigma_z^2 \quad (6)$$

其中 $\lambda = k + (t - R + 1)\beta$, 在式(5)(6)中, 若 l 和 λ 是偶数, $\delta = 0$; 若 l 和 λ 是奇数, $\delta = 1$, 并且 $\forall l \in \psi, r_l^{(0)} = 0$. 当 $t \leq 1$ 时, $(t - R + 1)\beta = 0$. 其中 $r_l^{(i)}$

表示第 i 次迭代的第 l 层数据流的信干噪比, $\sigma_l^2(i)$ 表示第 i 次迭代后时间 t 内的干扰噪声功率, $\zeta(a)$ 表示信干噪比 a 的最小均方差函数^[4], 其公式 $\zeta(a) = E[(1 - \tanh(a + \xi\sqrt{a}))^2]$, $\xi \sim \mathcal{N}(0, 1)$. 把式(5)代入式(6), 得到该系统的干扰噪声功率表达式

$$\sigma_l^2(i) = \sum_{k=0}^{K/\beta-1} \frac{1}{R(1+\rho)} \zeta\left(\frac{2}{K(1+\rho)} \sum_{r=0}^{R-1} \frac{1}{\sigma_{(r+\lfloor l/\beta \rfloor)}^2(i-1)}\right) + \sum_{k=0}^{K/\beta-1} \frac{\rho}{R(1+\rho)} \zeta\left(\frac{2\rho}{K(1+\rho)} \sum_{r=0}^{R-1} \frac{1}{\sigma_{(r+\lfloor l/\beta \rfloor)}^2(i-1)}\right) + \sigma_z^2 \quad (7)$$

与笔者所提的空间耦合系统相对应的传统系统称之为非耦合系统, 它是指各时刻叠加的数据流相同即 $K_t = K$, 且对应的干扰噪声功率也相同. 当 $i \rightarrow \infty$ 时, 则有 $\sigma_{(r+\lfloor l/\beta \rfloor)}^2(i-1) = \sigma_l^2(i)$, 把它代入(7)式, 可得非耦合系统的干扰噪声功率表达式(8). 为了使数学表达简洁, 令 x 代替 $\sigma_l^2(i)$.

$$x = \frac{1}{(1+\rho)} \zeta\left(\frac{2}{\beta x(1+\rho)}\right) + \frac{\rho}{(1+\rho)} \zeta\left(\frac{2\rho}{\beta x(1+\rho)}\right) + \sigma_z^2 \quad (8)$$

式(8)最多有 3 个解^[4], 定义为 $x^{(1)} < x^{(2)} < x^{(3)}$.

为了直观显示这 3 个解并便于理解和分析, 给出了 $\beta = 2$, $\sigma_z^2 = 0.0288$, ρ 取不同值时式(8)曲线, 如图 2 所示, 图中的实线与虚线相交点对应着式(8)的解. 图 2 中的各条实线使用了文献[10]所给精度 1% 的近似函数代替 $\zeta(a)$, 其中 $\sigma_z^2 = 0.0288$ 是根据耦合递归式(5)(6)在 L 足够大, $R = 3, \beta = 2, \rho = 1, i \rightarrow \infty$ 时计算得到. 取该噪声功率的值能保证在 $\beta = 2$ 时, 式(7)收敛于最小解 $x^{(1)} = \sigma_z^2$, 使空间耦合数据流之间的干扰完全消除.

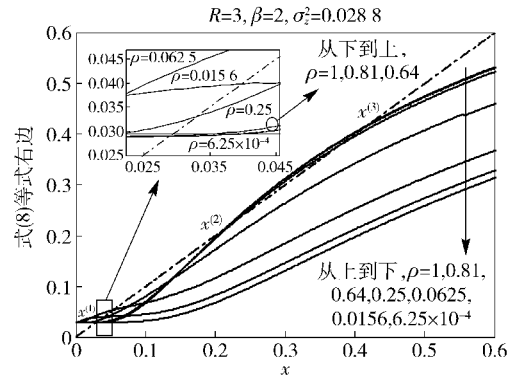


图 2 不同功率分配下的式(8)函数曲线

2.2 势能函数分析

空间耦合系统收敛性能可使用势能函数方法进行分析^[4,11]. 令 $U(x, \beta, \rho)$ 表示空间耦合系统的势能函数. 若 R 足够大, $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, \rho)$ 的取值范围决定了空间耦合系统的是否收敛于式(8)最小解^[4,11], 只有当 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, \rho) \geq 0$ 时, 式(7)收敛于 $x^{(1)}$, 否则将导致各用户的数据流间的干扰不能完全消除, 达不到无干扰性能, 因此笔者主要研究 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, \rho) \geq 0$ 的情况. 根据文献[4]所提的方法, 势能函数可写为

$$U(x, \beta, \rho) = \ln \left(\frac{x + \hat{x}^{(1)}}{\hat{x}^{(1)}} \right) - \frac{\sigma_z^2 x}{\hat{x}^{(1)} (x + \hat{x}^{(1)})} - \frac{\beta}{2} \left(\int_{\frac{2}{\beta(1+\rho)(x + \hat{x}^{(1)})}}^{\frac{2}{\beta(1+\rho)\hat{x}^{(1)}}} \zeta(y) dy + \int_{\frac{2\rho}{\beta(1+\rho)(x + \hat{x}^{(1)})}}^{\frac{2\rho}{\beta(1+\rho)\hat{x}^{(1)}}} \zeta(y) dy \right) \quad (9)$$

其中 $\hat{x}^{(1)}$ 是 $\rho = 1$ 时式(8)的最小解, 文献[3]给出其上下界为 $\sigma_z^2 \leq \hat{x}^{(1)} \leq (1 + e^{-1/\sigma_z}) \sigma_z^2 \leq 2\sigma_z^2$.

由式(9)可知, 当 γ, β 一定时, 又因 $\hat{x}^{(1)}$ 可由式(8)确定, 所以 $U(x, \beta, \rho)$ 的值只由 ρ 来决定, 由此笔者给出如下命题.

命题 1 假设 γ, β 一定, R 足够大, 若 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, \rho) \geq 0, \rho \in (0, 1]$, 则 $\rho = 1$ 系统性能最优.

证明 见附录.

由此命题可知, $\rho = 1$ 时即等功率的耦合传输系统性能最优, 但是等功率不能有效克服数据流的干扰, 需要更多的迭代次数才能收敛^[7], 增加了检测复杂度增加. 而非等功率即 $\rho < 1$ 却能有效克服数据流间的干扰, 减少迭代检测次数降低复杂度^[8], 因此需要折中考虑性能与复杂度.

3 功率分配算法

折中考虑性能与复杂度, 达到以较少的性能损失使复杂度降低目的, 笔者给出了一种计算功率分配因子 ρ 的算法, 通过命题 1 的证明可知需分以下两种情况说明.

情况 1 若 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, 1) > 0$, 则存在 $\rho \in [\rho^*, 1]$, 其中 $\rho^* \in (0, 1]$, 使得 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, \rho) \geq 0$. 计算 ρ_{tar} 分为以下 2 个步骤.

步骤 1 计算 ρ^* . 由命题 1 的证明中可知, 在情况 1 中, 存在 ρ^* 使 $\min_{x \in [0,1], \rho^* \in (0, 1)} U(x, \beta, \rho^*) = 0$.

由于没有闭式解可直接求 ρ^* , 但可根据式(9)穷搜计算获得下界 ρ^* , 即

$$\rho^* = \inf \{ \rho : \min_{x \in [0,1], \rho \in (0, 1)} U(x, \beta, \rho) \geq 0 \} \quad (10)$$

对任意 $\rho \geq \rho^*$, 式(7)都能收敛于 $x^{(1)}$. 由命题证明可知当 $\rho^* \rightarrow 0$, 也会使 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, \rho^*) = 0$. 由第 4 节的 EXIT 分析可知, $\rho^* \rightarrow 0$ 将使系统性能很差, 难以收敛, 因此应从 1 到 0 递减查找 ρ^* , 使 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, \rho^*) = 0$. 根据系统的实际需要设置 ρ^* 的精度.

步骤 2 计算目标功率因子 ρ_{tar} . 把 $\rho = 1$ 代入式(8)右边得 $\zeta(1/(\beta x)) + \sigma_z^2$. 因式(8)不是线性函数, 难以直接计算 $\hat{x}^{(1)}$, 但它可由式(11)穷搜得到.

$$\hat{x}^{(1)} = \arg \min_{x \in [0,1]} \{ |\zeta(1/(\beta x)) + \sigma_z^2 - x| \} \quad (11)$$

由命题 1 的证明中可知, $x^{(1)}(\rho) > \hat{x}^{(1)}, \rho \in [\rho^*, 1]$, 其中 $x^{(1)}(\rho)$ 是关于 ρ 所对应式(8)的最小解的函数. 令 $\theta_{\text{th}} = x_{\text{tar}}^{(1)} - \hat{x}^{(1)}$ 表示其误差门限, 其中 $x_{\text{tar}}^{(1)}$ 表示待求目标功率因子所对应的式(8)最小解. 把 $x_{\text{tar}}^{(1)}$ 代入式(8), 通过下式同样可穷搜得到 ρ_{tar} .

$$\rho_{\text{tar}} = \arg \min_{\rho \in [\rho^*, 1]} \left\{ \left| \frac{1}{(1+\rho)} \zeta \left(\frac{2}{\beta x_{\text{tar}}^{(1)} (1+\rho)} \right) + \frac{\rho}{(1+\rho)} \zeta \left(\frac{2\rho}{\beta x_{\text{tar}}^{(1)} (1+\rho)} \right) + \sigma_z^2 - x_{\text{tar}}^{(1)} \right| \right\} \quad (12)$$

为了验证该算法的有效性, 将在第 4 节通过 EXIT 分析验证.

情况 2 若 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, 1) = 0$, 由命题 1 的证明可知有 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, \rho) < 0$, 这时应令 $\rho = 1$, 保证耦合系统干扰噪声功率收敛于 $\hat{x}^{(1)}$, 达到系统性能最优. 而 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, \rho) < 0$, 噪声干扰功率不能收敛于 $\hat{x}^{(1)}$, 故不再考虑复杂度求 ρ_{tar} , 只需令 $\rho_{\text{tar}} = \rho = 1$.

针对情况 2, 可直接通过势能函数曲线验证其结论. 如图 3 所示, 当 $\rho = 6.25 \times 10^{-4}, 0.64, 0.81, 1$ 时, 因在图 3 中难以观察, 其对应的最小值分别为 $-5.33 \times 10^{-4}, -1.15 \times 10^{-5}, -2.06 \times 10^{-6}, 1.49 \times 10^{-7}$. 可见当 $\rho = 1$ 时, 其势能函数的最小值几乎等于 0; 否则, $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, \rho) < 0$.

4 EXIT 图分析及模拟仿真

EXIT 图是分析各译码器之间软输入软输出信

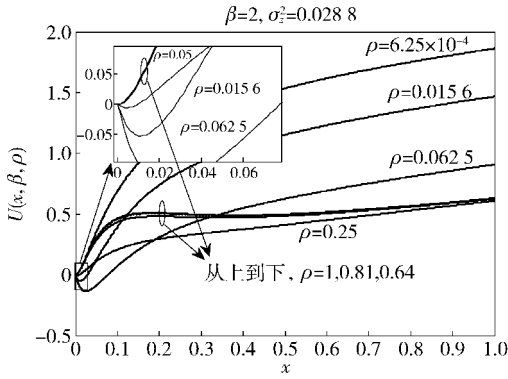


图3 不同功率分配下的势能函数曲线

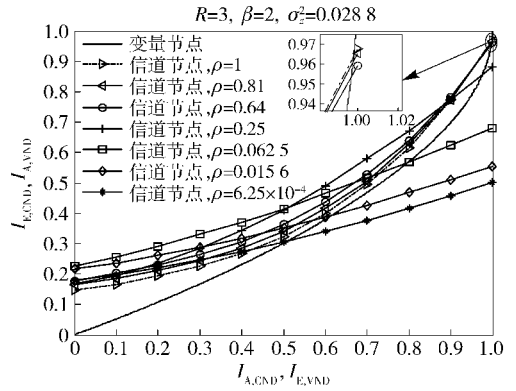


图4 不同功率分配下的EXIT

息转换的有效工具,能够可视化观察到BP检测算法处理过程.本节通过EXIT分析命题1的正确性和所提方法的可行性,评估耦合系统的性能及复杂度.令 $I_{A,VND}(I_{A,CND})$ 是变量节点(信道节点)和先验LLR的平均互信息, $I_{E,VND}(I_{E,CND})$ 是变量节点(信道节点)和外部LLR的平均互信息.

变量节点EXIT函数可由如下公式得到^[12]:

$$I_{E,VND}(R, I_{A,VND}) = J(\sqrt{(R-1)(J^{-1}(I_{A,VND}))^2}) \quad (13)$$

其中 J 为软信息对数似然比均方差的函数,该函数的定义参见文献[12-13].理想情况下,变量节点和信道节点外部互信息曲线的相交点位于误比特率(BER, bit error ratio)任意小处,即在到达相交点 $(I_A, I_E) = (1, 1)$ 之前,两条曲线不相交,此时系统性能最优^[13],这时两条曲线间将出现一条通道.若在到达 $(1, 1)$ 点之前相交,则会产生比相交点在 $(1, 1)$ 处更高的BER.因此,两条曲线的相交点越靠近 $(1, 1)$,BER就越低系统性能越好.另外,两条曲线之间的通道越大,则需要更少的迭代次数收敛,复杂度越低.反之,复杂度增加^[13].

当 $\rho \in [\rho^*, 1], \beta=2, R=3$ 时, $\min_{x \in [0, 1]} U(x, \beta, 1) = 0$ 的EXIT图,如图4所示.可以看出, $\rho=1$ 时,两条曲线的相交点要高于 $\rho < 1$ 的任何相交点.随着 ρ 的增加,相交点越来越接近于 $\rho=1$ 时的曲线相交点,这说明随着 ρ 的增加系统性能变得越来越好;反之,系统性能越差.如 $\rho = 6.25 \times 10^{-4}$ 时,由于低功率的用户信噪比很小,变量节点的外信息不能收敛,因而系统性能最差.注意 $\rho=1$ 时两条曲线间通道非常窄,需要更多迭代次数才能到达相交点,这说明其检测复杂度较高.

为了验证笔者所提的功率分配算法的有效性,

图5给出了不同误差门限 θ_{th} 和等功率传输下耦合及非耦合系统所对应的EXIT曲线图.图5中SC-CND和NSC-CND分别表示耦合系统和非耦合系统中的信道节点.当取 $\theta_{th} = 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-8}, 10^{-10}$ 时,利用笔者所提的功率分配算法得到对应的目标功率分别为 $\rho_{tar} = 0.14, 0.21, 0.28, 0.46, 0.85$.从该图可以看到 $\theta_{th} = 10^{-8}$ 所对应的EXIT曲线通道宽度要大于 $\theta_{th} = 10^{-10}$ 而接近或大于 $\theta_{th} = 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}$ 所对应的宽度,这表明 $\theta_{th} = 10^{-8}$ 需要更少的迭代次数就能收敛.再通过观察EXIT曲线的交点, $\theta_{th} = 10^{-8}$ 的交点几乎与 $\theta_{th} = 10^{-10}$ 及 $\rho=1$ 的交点重合,比 $\theta_{th} = 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}$ 的交点更靠近于 $(1, 1)$ 处,这暗示 $\theta_{th} = 10^{-8}$ 的性能要优于 $\theta_{th} = 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}$ 且接近于 $\rho=1$ 的系统性能.图5中还给出了 $\theta_{th} = 10^{-8}$ 及 $\rho=1$ 时的耦合系统轨迹, $\theta_{th} = 10^{-8}$ 时系统经过5次迭代后将收敛,而 $\rho=1$ 需要19次迭代收敛,极大地减少了所需的迭代次数.作为比较,还给出了传统的非耦合系统等功率EXIT曲线,其EXIT曲线通道非常狭窄,表明其难以克服数据流间的干扰使系统收敛.

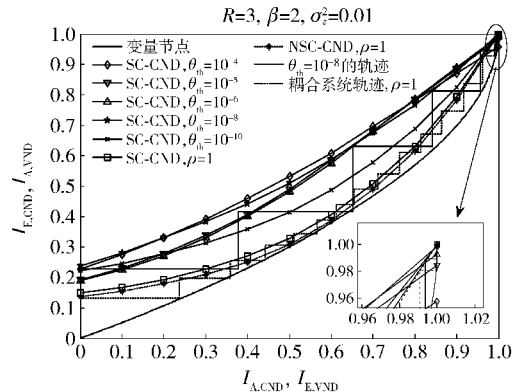


图5 不同的误差门限值及等功率下的EXIT图

为了进一步验证所提算法的正确及有效性,笔者给出了不同功率分配下系统收敛所需要的平均迭代次数以及蒙特卡罗仿真评估系统的 BER 性能. 设置系统两用户总数据流的个数为 $L = 36$, R/K MCP 中的单位置换矩阵的维度为 100, 其中 $R = 3, \beta = 2$. 令最大迭代次数和帧的总数分别为 30 和 200, 在最大迭代次数内保证系统都能收敛正确检测, 经统计, $\theta_{th} = 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-8}, 10^{-10}$ 和 $\rho = 1$ 需要的平均迭代次数分别为 5.96、6.13、6.15、5.07、7.99 和 18.55. 可见, $\theta_{th} = 10^{-8}$ 所需的迭代次数接近 $\theta_{th} = 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}$, 且少于 $\theta_{th} = 10^{-10}$ 和远小于 $\rho = 1$ 所需的次数.

图 6 所示为系统的 BER 性能随迭代次数的变化.

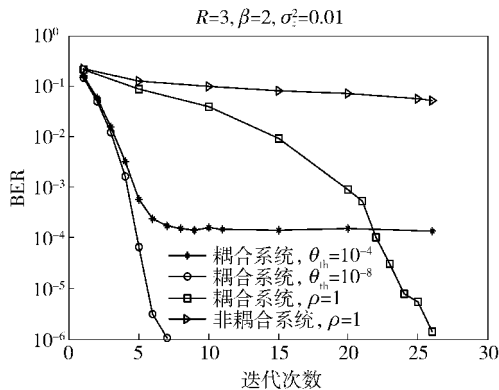


图 6 不同功率分配下的迭代次数与 BER 性能

在 BER 为 10^{-3} 处, 等功率耦合数据传输需要迭代 20 次, 而 $\theta_{th} = 10^{-4}, 10^{-8}$ 则只需要大概 4 次迭代, 节约了近 5 倍的迭代次数. 随着迭代次数的增加, 数据流之间的干扰不断减少, 使得等功率及非等功率数据传输的 BER 性能逐渐降低. 当达到一定迭代次数后, 数据流间的干扰及噪声趋向于定值. 因此 BER 性能将不再随迭代次数的增加而减小, 如图 6 中 $\theta_{th} = 10^{-4}$ 的曲线所示. 对于 $\theta_{th} = 10^{-8}$ 和 $\rho = 1$ 的耦合数据传输系统, 若迭代次数均较大, 所有随机生成的数据均能正确检测. 为了比较二者的 BER 性能, 笔者设置帧总数为 10 000, 最大迭代次数分别为 7 次和 26 次, 保证二者均收敛. 由图 6 可见, 二者的 BER 性能几乎相同, 但后者所需的迭代次数将近是后者的 4 倍. 从图 6 可以看到, 虽然迭代次数不断增加, 等功率非耦合传输系统的 BER 性能仍然很差, 其性能远不如等功率的耦合传输系统, 这是因为等功率的非耦合系统. 难以克服数据流间的

干扰, 而等功率的耦合系统利用耦合结构优点, 也即是耦合系统的两端有较少的数据流叠加, 因而其面临的干扰相对较少, 能够获得更可靠的软信息. 该可靠的软信息又能随着迭代次数的增加不断向中间传播^[4-5], 最终使中间处的数据流也能获得可靠的信息, 从而使耦合系统的性能得到显著提升.

5 结束语

笔者利用密度进化和势能函数证明了在数据流间干扰完全消除的情况下等功率耦合传输性能最优. 提出了一种耦合数据传输的功率分配算法, 以较少的性能损失极大地减少检测复杂度. EXIT 图分析和模拟仿真结果表明, 与等功率传输相比, 非等功率传输减少了近 4 倍的迭代次数, 而 BER 性能损失可忽略.

附录

当 $\rho \rightarrow 0$ 和 $\rho \rightarrow 1$, 式(8)变为

$$x = \zeta\left(\frac{2}{\beta x}\right) + \sigma_z^2 \quad (14)$$

$$x = \zeta\left(\frac{1}{\beta x}\right) + \sigma_z^2 \quad (15)$$

因 $\zeta(\cdot)$ 是减函数, 所以

$$x = \zeta\left(\frac{2}{\beta x}\right) + \sigma_z^2 \leq \zeta\left(\frac{1}{\beta x}\right) + \sigma_z^2 \quad (16)$$

这表明 $\rho \rightarrow 0$ 的干扰噪声功率值大于 $\rho \rightarrow 1$ 的干扰噪声功率.

对每个 $\rho \in (0, 1]$ 的取值, 式(8)总有一个最小解 $x^{(1)}$ 与之相对应, 因此笔者定义关于 ρ 的函数最小解函数为 $x^{(1)}(\rho)$. 由式(14)(15)可知, $\rho \in (0, 1)$, $x^{(1)}(\rho) \geq \hat{x}^{(1)} \geq x^{(1)}(0)$. 由于 $x^{(1)}(\rho)$ 没有闭式表达式, 但是若 β, σ_z^2 一定, 可通过数字仿真拟合 $x^{(1)}(\rho)$ 函数曲线. 设置求 $x^{(1)}$ 值的精度为 10^{-8} , 图 7 给出了 $\beta = 2, \sigma_z^2 = 0.0288$ 的 $x^{(1)}(\rho)$ 拟合曲线. 从图 7 中看到某些区间内 $x^{(1)}$ 的值不变, 这是由于计算的误差引起的. 从图 7 中还可以看到存在 ρ^* , 当 $\rho \in [\rho^*, 1]$, $x^{(1)}(\rho)$ 可近似看作 ρ 的减函数; 当 $\rho \in (0, \rho^*]$, $x^{(1)}(\rho)$ 近似看作 ρ 的增函数, 其中 ρ^* 可根据式(10)得到.

因变量节点传递给信道节点的 LLR 是均值为 $2\hat{r}$, 方差 $4\hat{r}$ 的高斯分布^[5], 其中 \hat{r} 是数据流的信噪比. 当 $\rho \in (0, \rho^*]$, 将使某用户的数据流的 \hat{r} 较小,

导致 LLR 不能收敛,系统性能变差,故 ρ 的取值范围应为 $[\rho^*, 1]$.

当 $\rho \in [\rho^*, 1)$, $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, \rho) \geq 0$ 时,可知 $x^{(1)}(\rho)$ 是 ρ 的减函数,则 $x^{(1)}(\rho) \geq x^{(1)}(1)$,这表明系统收敛后, $\rho = 1$ 时的干扰噪声功率小于 $\rho < 1$ 的干扰噪声功率值,因此, $\rho = 1$ 时耦合系统性能最优.

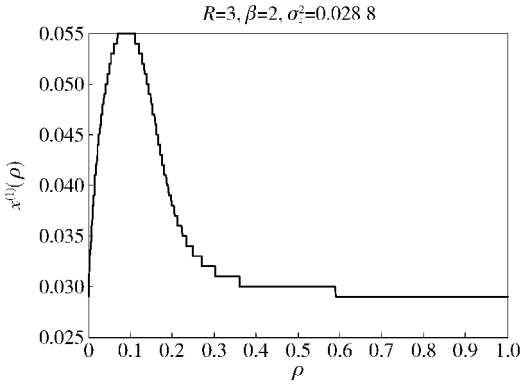


图7 $x^{(1)}(\rho)$ 函数曲线

根据式(10)计算得到 $\rho^* = 0.085$ 。如图2所示,当 $\rho \in [\rho^*, 1)$ 时, $x^{(1)}(\rho) > \hat{x}^{(1)}$; 当 $\rho \rightarrow 1$ 或 $\rho \rightarrow 0$ 时, $x^{(1)}(\rho) \rightarrow \hat{x}^{(1)}$,该现象与上述的结论一致。

当 $\rho = 1$ 时,可分为 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, 1) > 0$ 和 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, 1) = 0$ 两种情况讨论。若 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, 1) > 0$,则存在 $\beta' > \beta$,使 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta', 1) = 0$ 。式(8)右边是关于 β 的增函数,故 $x^{(1)}(\beta') > x^{(1)}(\beta)$ 。注意:这里为了表述简便,使用上述的 $x^{(1)}(\rho)$ 函数表达方式,即每个系统负载值对应式(8)的最小解。又因 $\rho < 1$ 时,有 $x^{(1)}(\rho) \geq x^{(1)}(1)$,那么存在 ρ^* , $\rho^* \in (0, 1)$ 使 $x^{(1)}(\rho^*) = x^{(1)}(\beta')$,且 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, \rho^*) = 0$ 。如果 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, 1) = 0$,因 $x^{(1)}(\rho) > x^{(1)}(1)$, $\rho \in [\rho^*, 1]$,则有 $\min_{x \in [0,1]} U(x, \beta, \rho) < 0$ 。综上所述,在上述2种情况下, $\rho = 1$ 时,耦合系统性能最优。

参考文献:

- [1] Dai L, Wang B, Yuan Y, et al. Non-orthogonal multiple access for 5G: solutions, challenges, opportunities, and future research trends[J]. IEEE Communications Magazine, 2015, 53(9): 74-81.
- [2] Schlegel C, Truhachev D. Multiple access demodulation in the lifted signal graph with spatial coupling[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 59(4): 2459-

- 2470.
- [3] Kudekar S, Richardson T, Urbanke R. Threshold saturation via spatial coupling: why convolutional LDPC ensembles perform so well over the BEC[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(2): 803-834.
- [4] Truhachev D, Schlegel C. Coupling data transmission for capacity-achieving multiple-access communications[EB/OL]. (2012-01-12)[2016-01-02]. <https://arxiv.org/abs/1209.5785>.
- [5] Takeuchi K, Tanaka T, Kawabata T. Performance improvement of iterative multiuser detection for large sparsely spread CDMA systems by spatial coupling[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2015, 61(4): 1768-1794.
- [6] Guo D, Wang C. Multiuser detection of sparsely spread CDMA[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2008, 26(3): 421-431.
- [7] Lau M, Yue W, Ping L. Equal power allocation of IDMA systems: feasibility, optimality, and throughput[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(2): 746-756.
- [8] Liu L, Tong J, Ping L. Analysis and optimization of CDMA systems with chip-level interleavers[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2006, 24(1): 141-150.
- [9] Lentmaier M, Sridharan A, Zigangirov K, et al. Terminated LDPC convolutional codes with thresholds close to capacity[C]// 2005 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). Adelaide, Australia: [s. n.], 2005: 1372-1376.
- [10] Burnashev M, Schlegel C, Krzymien W, et al. Analysis of the dynamics of iterative interference cancellation in iterative decoding[J]. Problems of Information Transmission, 2004, 40(4): 297-317.
- [11] Yedla A, Jian Y Y, Nguyen P S, et al. A simple proof of threshold saturation for coupled scalar recursions[C]// 2012 IEEE 7th International Symposium on Turbo Codes and Iterative Information Processing (ISTC). Gothenburg, Sweden: [s. n.], 2012: 51-55.
- [12] Razavi R, Al-Imari M, Imran M A, et al. On receiver design for uplink low density signature OFDM (LDS-OFDM)[J]. IEEE Transactions on Communications, 2012, 60(11): 3499-3508.
- [13] Ten Brink S. Convergence behavior of iteratively decoded parallel concatenated codes[J]. IEEE Transactions on Communications, 2001, 49(10): 1727-1737.