文章编号:1007-5321(2014)02-0038-05　　DOI:10.13190/j.jbupt.2014.02.009

无碰撞区跳频序列集的进一步构造

柯品惠，　陈浩源
(福建师范大学 网络安全与密码技术福建省重点实验室，福州 350007)

摘要：无碰撞区跳频序列集的汉明相关函数在相关区内为零，可以消除跳频多址扩频系统中跳频信号在无碰撞区的相互干扰. 基于矩阵置换提出了一种最大汉明相关值可灵活设定的无碰撞区跳频序列集的一般构造方法,该方法构造得到的跳频序列集具有较低的最大汉明相关值和较长的无碰撞区长度. 作为一般构造法的一个特例,介绍了移位构造法.

关 键 词：无碰撞区；跳频序列集；汉明相关函数；矩阵置换
中图分类号：TN929.53　　**文献标志码**：A

Further Constructions of Frequency Hopping Sequence Sets with No-Hit Zone

KE Pin-hui，　CHEN Hao-yuan
(Fujian Provincial Key Laboratory of Network Security and Cryptology, Fujian Normal University, Fuzhou 350007, China)

Abstract：For the frequency hopping sequence sets with no-hit zone, the values of their Hamming correlation functions in the no-hit zone equal to zero, which can be used to eliminate the mutual interference in a frequency-hopping code-division multiple-access communication system. Based on the matrix permutation, a general construction of frequency hopping sequence sets with no-hit zone and flexible maximum Hamming correlation value is presented in this paper. Using the proposed method, frequency hopping sequence sets with lower hamming correlation and longer no-hit zone can be obtained. In addition, as a special case of the general method, a construction based on cyclic shift is introduced.

Key words：no-hit zone；frequency hopping sequence sets；Hamming correlation function；matrix permutation

与常规跳频序列集的设计不同，无碰撞区跳频序列集要求汉明相关函数在相关区内等于零[1-2]. 其意义在于，即使在传送的跳频序列间存在相对时延，但只要相对时延不超过一定的范围(碰撞区)，那么不同序列之间的碰撞数仍然为零，从而可以消除相互干扰. 使用无碰撞区跳频序列，可以设计准同步跳时/频(time-hopping/frequency-hopping)码分多址(CDMA，code division multiple access)系统，它在超宽带无线电系统多用户雷达和声纳系统等领域具有潜在的应用价值[3].

近年来，国内外学者致力于具有良好性能的跳频序列的设计研究，构造出了大量参数达到或接近理论界的、最优的低碰撞跳频序列，但其中关于无碰撞区跳频序列集的构造研究成果还比较有限[2,4-7].

基于矩阵置换，文献[8]给出了一种最优无碰撞区跳频序列集的构造. 在此基础上,本研究将进一步给出一种最大汉明相关值可灵活设定的无碰撞

收稿日期：2013-06-14
基金项目：国家自然科学基金项目(61102093)；国家自然科学基金联合基金项目(U1304604)
作者简介：柯品惠(1978—)，男，副教授，硕士生导师，E-mail：keph@fjnu.edu.cn.

区跳频序列集的一般构造方法. 基于此方法可得到最大汉明相关值较低而无碰撞区长度较长的跳频序列集. 与已有的构造方法相比, 笔者提出的方法的优点是最大汉明相关值可预先设定、单条序列或序列集为最优, 而且参数可灵活选取、构造方法多样. 其次, 作为一般构造法的特例, 介绍移位构造法, 证明了它具有比一般构造法更特殊的性质, 并给出实例.

1　基本定义和性质

令$\lceil x \rceil$表示不小于 x 的最小整数, $(i)_M$ 表示 i 模 M 的非负剩余.

定义 1　设 $F=\{f_0,f_1,\cdots,f_{q-1}\}$ 表示 q 个可用频点的字符集, $X=(X_t)$, $Y=(Y_t)$表示 F 上的 2 个长度为 N 的序列, $0\leqslant t<N$. 则序列 X 与 Y 之间的汉明互相关函数和序列 X 的汉明自相关函数分别定义如下:

$$H_{X,Y}(\tau)=\sum_{t=0}^{N-1} h[X_t,Y_{t+\tau}],0\leqslant\tau<N$$

$$H_X(\tau)=\sum_{t=0}^{N-1} h[X_t,X_{t+\tau}],0<\tau<N$$

其中

$$h[x,y]=\begin{cases}1, & x=y;\\ 0, & x\neq y.\end{cases}$$

定义 2　设 $\mathscr{U}$ 为 F 上所有长度为 N 的跳频序列的集合, $X,Y\in\mathscr{U}$, 则关于 X 的最大汉明自相关函数和关于 X,Y 的最大汉明互相关函数分别定义如下:

$$H(X)=\max_{1\leqslant\tau\leqslant N-1}\{H_X(\tau)\}$$

$$H(X,Y)=\max_{0\leqslant\tau\leqslant N-1}\{H_{X,Y}(\tau)\}$$

定义 3　设 $S\subseteq\mathscr{U}$, 则关于 S 的最大汉明自相关函数、最大汉明互相关函数和最大汉明相关函数分别定义如下:

$$H_{\mathrm{a}}(S)=\max_{X\in S}\{H(X)\}$$

$$H_{\mathrm{c}}(S)=\max_{X,Y\in S,X\neq Y}\{H(X,Y)\}$$

$$H(S)=\max\ \{H_{\mathrm{a}}(S),H_{\mathrm{c}}(S)\}$$

关于跳频序列及跳频序列集合,分别有如下的理论.

引理 1[9]　设 F 为一字符集, 且 $|F|=q$, 对字符集 F 上任意长度为 N 的序列 X, 有

$$H(X)\geqslant\left\lceil\frac{(N-\varepsilon)(N+\varepsilon-q)}{q(N-1)}\right\rceil$$

其中 $\varepsilon=(N)_q$. 若等号成立,称序列为最优跳频序列. 将上式的右边记为 λ_1,若 $H(X)=\lambda_1+1$,则称序列为几乎最优跳频序列.

引理 2[10]　设 S 为 F 上含 M 条长度为 N 的序列的集合, $|F|=q$,则

$$H(S)\geqslant\left\lceil\frac{(NM-q)N}{(NM-1)q}\right\rceil$$

若等号成立,称序列集为最优跳频序列集. 将上式的右边记为 λ_2,若 $H(S)=\lambda_2+1$,则称序列集为几乎最优跳频序列集.

定义 4　设 S 为 F 上的 M 条长度为 N 的跳频序列组成的集合, 则序列集 S 的自相关无碰撞区 Z_{ANH}、互相关无碰撞区 Z_{CNH} 和无碰撞区 Z_{NH} 分别定义如下:

$$Z_{\mathrm{ANH}}=\max\ \{T|H_X(\tau)=0,\forall X\in S,0<\tau\leqslant T\}$$

$$Z_{\mathrm{CNH}}=\max\ \{T|H_{X,Y}(\tau)=0,\forall X,Y\in S,X\neq Y,0\leqslant\tau\leqslant T\}$$

$$Z_{\mathrm{NH}}=\min\{Z_{\mathrm{ANH}},Z_{\mathrm{CNH}}\}$$

当 $Z_{\mathrm{NH}}>0$,则称 S 为无碰撞区跳频序列集,记为$(q,N,M,Z_{\mathrm{NH}};\lambda)$,其中 q 为频点个数,N 为序列长度,M 为序列条数,Z_{NH}为无碰撞区长度,λ 为 S 的最大汉明相关值.

对无碰撞区跳频序列集 $(q,N,M,Z_{\mathrm{NH}};\lambda)$,其参数也受理论界的限制,满足[2]

$$M\leqslant\frac{q}{Z_{\mathrm{NH}}+1}$$

若等号成立,则序列集称为最优无碰撞区跳频序列集. 若

$$M+1=\left\lceil\frac{q}{Z_{\mathrm{NH}}+1}\right\rceil$$

则称为几乎最优无碰撞区跳频序列集.

定义 5[7]　设 $X=(X_t)$是一个长度为 N 的跳频序列,$0\leqslant t\leqslant N-1$,若对任意的 $0\leqslant s\neq t\leqslant N-1$,有 $X_s\neq X_t$,则称 X 为无重复跳频序列.

2　无碰撞区跳频序列集的新构造

首先给出最大汉明相关值为 n 的无碰撞区跳频序列集的一般构造法,并分析其最优性质;其次作为此构造法的一个特例,介绍移位构造法.

构造 1　设 $F=\{f_0,f_1,\cdots,f_{q-1}\}$ 为 q 个可用频点的字符集,$q=M(N+N')$,$N\leqslant M$,$M>1$,$N\geqslant1$,$N'\geqslant1$. 构造包含如下步骤:

1)将 F 中的频点排成 $M\times N$ 矩阵和 $M\times N'$ 矩阵,分别记为 $\boldsymbol{P}_0$、$\boldsymbol{P}_1$. 记 $\boldsymbol{P}_0$的第 i 列为 X_i,$0\leqslant i\leqslant N-$

1；

2）在 $\boldsymbol{P}_0$ 中任取 n 列，$1\leqslant n\leqslant N$，记为 $X_{l_0},X_{l_1},\cdots,X_{l_{n-1}}$，$0\leqslant l_0<l_1<\cdots<l_{n-1}\leqslant N-1$；剩余的 $N-n$ 列记为 $X_{l'_0},X_{l'_1},\cdots,X_{l'_{N-n-1}}$，$0\leqslant l'_0<l'_1<\cdots<l'_{N-n-1}\leqslant N-1$；

3）对 $0\leqslant i\leqslant n-1$，令 σ 为 $\{0,1,\cdots,M-1\}$ 上的置换，定义 X_{l_i} 上的置换 π_{l_i} 为

$$\pi_{l_i}(X_{l_i}^j)=X_{l_i}^{\sigma(j)},0\leqslant j\leqslant M-1$$

对 $0\leqslant i\leqslant N-n-1$，设 σ_i 为 $\{0,1,\cdots,M-1\}$ 上的置换，定义 $X_{l'_i}$ 上的置换 $\pi_{l'_i}$ 为

$$\pi_{l'_i}(X_{l'_i}^j)=X_{l'_i}^{\sigma_i(j)},\quad 0\leqslant j\leqslant M-1,$$

且 $\sigma_0(j),\sigma_1(j),\cdots,\sigma_{N-n-1}(j)$ 两两不相等，$\sigma(j)\neq\sigma_i(j)$，$0\leqslant i\leqslant N-n-1$；

4）现分别对 $\boldsymbol{P}_0$ 中的 $X_{l_0},X_{l_1},\cdots,X_{l_{n-1}}$ 进行置换 π_{l_i}，$0\leqslant i\leqslant n-1$，分别对 $X_{l'_0},X_{l'_1},\cdots,X_{l'_{N-n-1}}$ 进行置换 $\pi_{l'_i}$，$0\leqslant i\leqslant N-n-1$，置换后得到的新矩阵记为 $\boldsymbol{P}_2$；

5）最后，以矩阵 $\boldsymbol{P}_0\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_2$ 的每一个行向量为一条序列，构造序列集 S，表示如下

$$S=\begin{bmatrix}S^0\\S^1\\\vdots\\S^{M-1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}X_0^0&\cdots&X_{N-1}^0&Y_0^0&\cdots&Y_{N'-1}^0&\pi_0(X_0^0)&\pi_1(X_1^0)&\cdots&\pi_{N-1}(X_{N-1}^0)\\X_0^1&\cdots&X_{N-1}^1&Y_0^1&\cdots&Y_{N'-1}^1&\pi_0(X_0^1)&\pi_1(X_1^1)&\cdots&\pi_{N-1}(X_{N-1}^1)\\\vdots&&\vdots&\vdots&&\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\X_0^{M-1}&\cdots&X_{N-1}^{M-1}&Y_0^{M-1}&\cdots&Y_{N'-1}^{M-1}&\pi_0(X_0^{M-1})&\pi_1(X_1^{M-1})&\cdots&\pi_{N-1}(X_{N-1}^{M-1})\end{bmatrix}$$

定理 1 上述构造的序列集 S 为 $(M(N+N'),2N+N',M,N-1;n)$ 序列集.

证明 由于 $\boldsymbol{P}_0\to\boldsymbol{P}_2$ 为仅进行列置换的矩阵置换，故当且仅当移位 $\tau=N$ 和 $\tau=N+N'$ 时序列集 S 中才会发生碰撞，所以 S 的无碰撞区大小为 $N-1$，并且当 $\tau=N$ 时碰撞发生在 $\boldsymbol{P}_2$ 中，当 $\tau=N+N'$ 时，碰撞发生在 $\boldsymbol{P}_0$ 中. 下面仅探讨 $\tau=N+N'$ 时的情况，当 $\tau=N$ 时的情况可类似讨论.

当 $\tau=N+N'$ 时，对 $0\leqslant a_1,a_2\leqslant M-1$，

$$H_{S^{a_1},S^{a_2}}(\tau)=\sum_{t=0}^{2N+N'-1}h[S_t^{a_1},S_{t+N+N'}^{a_2}]=$$
$$\sum_{t=0}^{N-1}h[X_t^{a_1},\pi_t(X_t^{a_2})]=$$
$$\sum_{i=0}^{n-1}h[X_{l_i}^{a_1},\pi_{l_i}(X_{l_i}^{a_2})]+\sum_{j=0}^{N-n-1}h[X_{l'_j}^{a_1},\pi_{l'_j}(X_{l'_j}^{a_2})]=$$
$$\sum_{i=0}^{n-1}h[X_{l_i}^{a_1},X_{l_i}^{\sigma(a_2)}]+\sum_{j=0}^{N-n-1}h[X_{l'_j}^{a_1},X_{l'_j}^{\sigma_j(a_2)}]=$$
$$\begin{cases}n, & a_1=\sigma(a_2);\\1, & a_1\neq\sigma(a_2),\exists j^*,0\leqslant j^*\leqslant N-n-1,\\ & \text{s.t. } a_1=\sigma_{j^*}(a_2);\\0, & a_1\neq\sigma(a_2),\forall j,0\leqslant j\leqslant N-n-1,a_1\neq\sigma_j(a_2).\end{cases}$$

类似可得

$$H_{S^{a_1},S^{a_2}}(N)=$$
$$\begin{cases}n, & a_2=\sigma(a_1);\\1, & a_2\neq\sigma(a_1),\exists j^*,0\leqslant j^*\leqslant N-n-1,\\ & \text{s.t.}, a_2=\sigma_{j^*}(a_1);\\0, & a_2\neq\sigma(a_1),\forall j,0\leqslant j\leqslant N-n-1,a_2\neq\sigma_j(a_1).\end{cases}$$

因此，S 为 $(M(N+N'),2N+N',M,N-1;n)$ 序列集. 证毕.

注意，上述构造中的 n 可根据要求自由选取，即由构造 1 可构造出最大汉明相关值可灵活设定的无碰撞区跳频序列集. 由于在应用中希望最大汉明相关值较小，下面讨论几种最佳情形.

性质 1 当 $N=M,N'=1$ 时，构造 1 给出的序列集为几乎最优无碰撞区跳频序列集.

证明

$$\frac{q}{Z_{\mathrm{NH}}+1}=\frac{M(N+N')}{N-1+1}=\frac{M(M+1)}{M}=M+1$$

由定义可知，构造 1 给出的序列集为几乎最优无碰撞区跳频序列集.

性质 2 若 $H(S)=1$，即 $n=1$，则构造 1 得到的序列集 S 为最优跳频序列集；若 $H(S)=2$，则 S 为几乎最优跳频序列集.

证明 由引理 2，有

$$\left\lceil\frac{[(2N+N')M-M(N+N')](2N+N')}{[(2N+N')M-1]M(N+N')}\right\rceil=$$
$$\left\lceil\frac{[2N+N'-N-N'](2N+N')}{[(2N+N')M-1](N+N')}\right\rceil=$$
$$\left\lceil\frac{2N+N'}{(2N+N')M-1}\frac{N}{N+N'}\right\rceil$$

因为 $N\geqslant1,N'\geqslant1,M\geqslant2$，所以

$$\frac{2N+N'}{(2N+N')M-1}<1$$

又因为 $\dfrac{N}{N+N'}<1$，有

$$\left\lceil\frac{2N+N'}{(2N+N')M-1}\frac{N}{N+N'}\right\rceil=1$$

若 $H(S)=1$，则

$$H(S)=\left\lceil\frac{2N+N'}{(2N+N')M-1}\frac{N}{N+N'}\right\rceil$$

即 S 为最优跳频序列集；

若 $H(S)=2$，则

$$H(S)=\left\lceil\frac{2N+N'}{(2N+N')M-1}\frac{N}{N+N'}\right\rceil+1$$

即 S 为几乎最优跳频序列集．证毕．

注：当 $H(S)=1$ 时，显然有 $H(S;L)=1$，此时还可以验证 S 是严格最优跳频序列集．关于严格最优的定义及性质，可以参考文献[11]．

对 S 中单条序列，当 $\pi_{l_i}, 0\leqslant i\leqslant n-1$ 为非单位置换的情况比较无规律，难以定性研究，下面仅考虑 π_{l_i} 为单位置换的情形．这里约定 N,N' 不同时为 1．由于 π_{l_i} 为单位置换，故 S 中每条序列的频点个数为 $q'=2N+N'-n$，则 S 中每条序列 S^i 的最大汉明自相关值 $H(S^i)=n, 0\leqslant i\leqslant M-1$，所以 S^i 要最优必须满足

$$H(S^i)=n=\left\lceil\frac{(2N+N'-\varepsilon)(2N+N'+\varepsilon-q')}{(2N+N'-1)q'}\right\rceil$$

其中 $\varepsilon=(2N+N')_{q'}$．

因为 $2N+N'=2N+N'-n+n=q'+n$，故

$$\varepsilon=n$$

所以

$$n=\left\lceil\frac{(2N+N'-n)(2N+N'+n-2N-N'+n)}{(2N+N'-1)(2N+N'-n)'}\right\rceil=\left\lceil\frac{2n}{2N+N'-1}\right\rceil$$

即 $n-1<\dfrac{2n}{2N+N'-1}\leqslant n$，得

$$n<1+\frac{2n}{2N+N'-3}\leqslant 3$$

所以当 $n=1$ 或 2 时，S^i 为最优跳频序列．于是，有以下性质．

性质 3　在构造 1 中，设 $\pi_{l_i}, 0\leqslant i\leqslant n-1$，为单位置换，且 N,N' 不同时为 1，当 $n=1$ 或 2 时，S 中每条序列都是最优的．

注：特别地，当 $n=1$ 时，可以验证 S 中每条序列还是严格最优的．

作为上述一般构造法的一个特例，下面介绍移位构造法，并分析由此得到的序列集的一些最优性质，最后给出一个实例．

构造 2　对构造 1 中的 $\boldsymbol{P}_0$ 的 $X_{l'_0}, X_{l'_1}, \cdots, X_{l'_{N-n-1}}$ 进行循环移位：$L^{\tau_{l'_i}}(X_{l'_i}), 0\leqslant i\leqslant N-n-1$．对 $X_{l_0}, X_{l_1}, \cdots, X_{l_{n-1}}$ 进行循环移位：$L^{\tau_{l_i}}(X_{l_i}), 0\leqslant i\leqslant n-1$．这里，$0\leqslant\tau_{l'_0}, \tau_{l'_1}, \cdots, \tau_{l'_{N-n-1}}\leqslant M-1$ 两两不同，$0\leqslant\tau_{l_0}=\tau_{l_1}=\cdots=\tau_{l_{n-1}}\leqslant M-1$，且 $\tau_{l_i}\neq\tau_{l'_j}, 0\leqslant j\leqslant N-n-1$，得到新矩阵记为 $\boldsymbol{P}'_2$，以矩阵 $\boldsymbol{P}_0\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}'_2$ 的每个行向量为序列，构造序列集 R，表示如下

$$R=\begin{bmatrix}R^0\\R^1\\\vdots\\R^{M-1}\end{bmatrix}=\boldsymbol{P}_0\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}'_2$$

定理 2　构造 2 得到序列集 R 的参数为 $(M(N+N'), 2N+N', M, N-1; n)$．

事实上，由于移位构造法是一般构造法的一个具体特例，因此得到的序列集 R 当然是 $(M(N+N'), 2N+N', M, N-1; n)$ 序列集．但注意到，移位构造法除了满足上述性质 1～3 外，本身还具有如下一些特有的性质．

性质 4　在构造 2 中，当 $\tau_{l_i}\neq 0$ 时，若存在 j^*，$0\leqslant j^*\leqslant N-n-1$，使得 $\tau_{l'_{j^*}}=0$，则 R 中每条序列都是最优的，且为 1 碰撞序列，即 $H(R^i)=1$；若对任意的 $j, 0\leqslant j\leqslant N-n-1$，有 $\tau_{l'_j}\neq 0$，则 R 中每条序列也是最优的，且为无碰撞（重复）序列，即 $H(R^i)=0$．

证明　相关性质的证明类似于定理 1，这里从略．关于当条序列的最优性，注意到，若存在 j^*，$0\leqslant j^*\leqslant N-n-1$，使得 $\tau_{l'_{j^*}}=0$，则 R 中每条序列的频点个数 $q''=2N+N'-1$．若对任意的 $j, 0\leqslant j\leqslant N-n-1$，有 $\tau_{l'_j}\neq 0$，则 R 中每条序列的频点个数 $q''=2N+N'$．由引理 1 易证．

例　令 $F=\{f_0, f_1, \cdots, f_{24}\}$，$M=5$，$N=4$，$N'=1$，将 F 按顺序排成一个 5×5 矩阵，记为 $\boldsymbol{Q}'_0$，分别记此矩阵中的第 1，2，3，4 列为 X_1, X_2, X_3, X_4，对 X_1, X_2, X_3, X_4 分别进行如下循环移位：$L^1(X_1)$，$L^2(X_2)$，$L^3(X_3)$，$L^4(X_4)$，得到一个新的 5×4 矩阵，记为 $\boldsymbol{Q}'_1$．以矩阵 $\boldsymbol{Q}'_0\boldsymbol{Q}'_1$ 的每个行向量为序列，构造序列集 R 如下

$$R=\begin{bmatrix}R^0\\R^1\\R^2\\R^3\\R^4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f_0&f_1&f_2&f_3&f_4&f_5&f_{11}&f_{17}&f_{23}\\f_5&f_6&f_7&f_8&f_9&f_{10}&f_{16}&f_{22}&f_3\\f_{10}&f_{11}&f_{12}&f_{13}&f_{14}&f_{15}&f_{21}&f_2&f_8\\f_{15}&f_{16}&f_{17}&f_{18}&f_{19}&f_{20}&f_1&f_7&f_{13}\\f_{20}&f_{21}&f_{22}&f_{23}&f_{24}&f_0&f_6&f_{12}&f_{18}\end{bmatrix}.$$

则易验证序列集 R 为每条序列都为无碰撞（重复）序列的无碰撞区大小为 3 的几乎最优无碰撞区跳频序列集，且每条序列都是最优的．

3 结束语

本研究给出一种无碰撞区跳频序列集的一般构造方法,其优点是最大汉明相关值可预先设定,使得单条序列或序列集为最优,其中的一些性质是已有的构造法不具有的(见表1). 并且基于此构造法得到的序列集参数可灵活选取、构造方法多样. 由此得到的序列集汉明相关值较低而无碰撞区长度较长,是一类相关性能较好的序列集.

表1 已有的无碰撞区跳频序列集与本研究结果比较

构造	序列集参数	无碰撞区	单条序列	序列集	汉明相关值
文献[2]	$(p(Z_{NH}+1), N(Z_{NH}+1), p, Z_{NH}; \lambda)$	最优	最优	未知	未知
文献[2]	$(p^m(Z_{NH}+1), N(Z_{NH}+1), p^m, Z_{NH}; \lambda)$	最优	最优	未知	未知
文献[5]	$(M(Z_{NH}+1), N(Z_{NH}+1), M, Z_{NH}; \lambda)$	最优	未知	未知	未知
文献[6]	$(2N, 2N, q, 2d; \lambda)$	最优	最优	未知	未知
文献[6]	$(2N, 2N, q^*, e; \lambda)$	最优	最优	未知	未知
文献[6]	$(2N, 2N, q, 2d+1; \lambda)$	最优	最优	未知	未知
文献[6]	$(kN, kN, q, kd; \lambda)$	最优	最优	未知	未知
文献[7]	$(N, 2N, M, Z_{NH}; \lambda)$	最优	未知	未知	未知
文献[7]	$(kN, 2N, kM, Z_{NH}; \lambda)$	最优	未知	未知	未知
本文构造	$(M(N+N'), 2N+N', M, N-1; \lambda)$	可达到几乎最优	可达到最优	可达到最优	可灵活设定

参考文献:

[1] Ye Wenxia, Fan Pingzhi. Two classes of frequency hopping sequences with no-hit zone[C]// Proc 7th Intl Symp Commun Theory Appl. Ambleside, UK: IEEE Computer Society, 2003: 304-306.

[2] Ye Wenxia, Fan Pingzhi. Construction of non-repeating frequency-hopping sequences with no-hit zone[J]. Electron Lett, 2006, 42(8): 681-682.

[3] Zeng Qi, Peng Daiyuan, Wang Xiaoning. Performance of a novel MFSK/FHMA system employing no-hit zone sequence set over rayleigh fading channel[J]. IEICE Transactions, 2011, 94-B(2): 526-532.

[4] Wang Xiaoning, Fan Pingzhi. A class of frequency hopping sequences with no-hit zone[C]// Proc 4th Intl Conf par Dist Comp. Appl Tech. Chengdu: Southwest Jiaotong Univ, 2003: 896-898.

[5] Ye Wenxia, Fan Pingzhi. Construction of frequency hopping sequences with no hit zone[J]. Journal of Electronics(China), 2007, 24(3): 306-307.

[6] Chung Jin Ho, Han Yun Kyoung, Yang K. No-hit-zone frequency-hopping sequence sets with optimal hamming autocorrelation[J]. IEICE Trans Fundamentals, 2010, E93-A(11): 2239-2244.

[7] 孙国杰. 交织法构造无碰撞区跳频序列集[J]. 光通信研究, 2012, 5(173): 68-69.
Sun Guojie. Interleaving technique-based construction of NHZ frequency hopping sequence set[J]. Study on Optical Communications, 2012, 5(173): 68-69.

[8] 陈浩源, 柯品惠, 张胜元. 基于矩阵置换的最优无碰撞区跳频序列集的构造研究[J]. 计算机应用, 2013, 33(11): 3028-3031.
Chen Haoyuan, Ke Pinhui, Zhang Shengyuan. Construction of optimal frequency hopping sequence sets with no-hit zone based on matrix permutation[J]. Journal of Computer Applications, 2013, 33(11): 3028-3031.

[9] Lempel A, Greenberger H. Families of sequence with optimal Hamming correlation properties[J]. IEEE Info Theory, 1974, 20(1): 90-94.

[10] Peng Daiyuan, Fan Pingzhi. Lower bounds on the Hamming auto-and cross-correlations of frequency-hopping sequences[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2004, 50(9): 2149-2154.

[11] Zhou Zhengchun, Tang Xiaohu. New classes of frequency-hopping sequences with optimal partial correlation[J]. IEEE Trans Inf Theory, 2012, 58(1): 454-455.