文章编号:1007-5321(2012)06-0030-04

新的相互正交二元零相关区序列集构造法

刘 凯, 俞 赛, 李玉博, 许成谦
(燕山大学 信息科学与工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 提出了一种基于任意相同阶的 Hadamard 矩阵,交织递归构造相互正交二元零相关区序列集的新方法,构造的序列集能达到二元零相关区序列集的理论界. 利用参数矩阵对 Hadamard 序列进行加权,经交织递归构造出零相关区序列集,集合内序列数量是 Hadamard 矩阵阶数的 2 倍,且序列集间满足相互正交关系. 构造结果表明,参数矩阵取值的多样性可提高相互正交零相关区序列集的数量,能获得大量新的相互正交二元零相关区序列集,为准同步码分多址系统提供更多便于硬件实施的二元地址码集.

关 键 词: Hadamard 矩阵; 零相关区; 交织递归; 相互正交; 参数矩阵
中图分类号: TN911.2 **文献标志码**: A

New Construction of Mutually Orthogonal Binary Sequence Sets with Zero Correlation Zone

LIU Kai, YU Sai, LI Yu-bo, XU Cheng-qian
(College of Information Science and Engineering, Yanshan University, Hebei Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: Based on a pair of Hadamard matrices of the same size, a new construction of mutually orthogonal binary sequence sets with zero correlation zone (ZCZ) is presented by interleaving recursion. The sequence sets proposed can achieve theoretical bound of binary ZCZ sequence sets. By interleaving recursion, ZCZ sequence sets can be constructed from Hadamard sequences weighted by the coefficient matrices, satisfying mutually orthogonality, in which the number of sequences doubles the size of Hadamard matrix. The construction results illustrate that the proposed method improves the number of mutually orthogonal binary sequence sets with ZCZ and obtains more new sequence sets, which are used in quasi-synchronous code division multiple access system and implemented conveniently in hardware, by means of different choices of the coefficient matrices.

Key words: Hadamard matrices; zero correlation zone; interleaving recursion; mutually orthogonal; coefficient matrices

近几年,对适用于准同步码分多址(CDMA, code division multiple access)系统的扩频通信序列即低/零相关区(L/ZCZ, low/zero correlation zone)序列的研究已经得到了学者们的广泛关注,使用 ZCZ 序列能有效地消除准同步 CDMA 系统中多址干扰和多径干扰[1]. 现有的 ZCZ 序列集的构造方法主要基于相互正交互补集[2]、Hadamard 矩阵[3]、最佳序列和正交矩阵[4]以及最佳序列和交织技术[5]等. 根据 ZCZ 序列集的理论界[6],在序列长度一定的条件下,集合内序列数量随着零相关区的增大而

收稿日期: 2012-01-11
基金项目: 国家自然科学基金项目(61201263,61172094); 河北省自然科学基金项目(F2012203171)
作者简介: 刘 凯(1977—), 女, 副教授, 硕士生导师; 俞 赛(1987—), 女, 硕士生, E-mail:yusai87@163.com.

减小. 为了弥补这一缺陷, Rathinakumar 等[7]提出了相互正交 ZCZ 序列集的概念,它是指序列在同一个序列集内具有零相关区特性,在不同的序列集内具有正交特性,而且还利用相互正交互补集递归构造了一类相互正交二元 ZCZ 序列集,增加了 ZCZ 序列集的数目,能提供更多适用于准同步 CDMA 系统的扩频序列. 此后,学者们对相互正交 ZCZ 序列集的构造进行了广泛地研究[8-10],曾祥勇等[8]基于最佳序列和正交矩阵构造了一类相互正交二元或多相 ZCZ 序列集. Zeng[9]基于离散傅里叶变换(DFT, discrete Fourier transform)矩阵,利用交织技术构造了一类相互正交多相 ZCZ 序列集. Li 等[10]又基于 DFT 矩阵利用交织迭代和交织移位技术构造了两类相互正交多相 ZCZ 序列集.

笔者提出一种基于任意相同阶的 Hadamard 矩阵,交织递归构造相互正交二元 ZCZ 序列集的新方法. 采用参数矩阵[11]能构造出大量与之前方法构造结果不同的新的相互正交二元 ZCZ 序列集,集合内序列数量是 Hadamard 矩阵阶数的 2 倍. 所提出的构造结果能支持准同步 CDMA 系统容纳更多的用户.

1　基本概念

定义 1[1]　设 $S=\{s_i\}_{i=0}^{N-1}$ 为 N 个周期为 L 的序列组成的集合, $s_i=(s_{i,k})_{k=0}^{L-1}$, $s_{i,k}\in\{1,-1\}$, $0\leqslant i\leqslant N-1$. 序列的周期互相关函数为

$$R_{s_i,s_j}(\tau)=\sum_{k=0}^{L-1}s_{i,k}s_{j,(k+\tau)\bmod L}\tag{1}$$

当 $i=j$ 时,称其为序列的周期自相关函数,简记为 $R_{s_i}(\tau)$. 若对于任意 $0\leqslant i,j\leqslant N-1$,有

$$R_{s_i,s_j}(\tau)=\sum_{k=0}^{L-1}s_{i,k}s_{j,(k+\tau)\bmod L}=\begin{cases}L, & i=j,\ \tau=0\\ 0, & i=j,\ 0<|\tau|\leqslant Z\\ 0, & i\neq j,\ |\tau|\leqslant Z\end{cases}\tag{2}$$

则称序列集 S 是一个参数为 (L,N,Z) 的 ZCZ 序列集. Z 为零相关区的长度. 由 1 和 -1 组成的序列构成的 ZCZ 序列集称为二元 ZCZ 序列集.

定义 2[7]　设给定 2 个 ZCZ 序列集 S^0、S^1, $\forall s_i^0\in S^0$, $s_j^1\in S^1$, $0\leqslant i,j\leqslant N-1$. 若 $R_{s_i^0,s_j^1}(0)=0$ 则称 S^0、S^1 为相互正交 ZCZ 序列集.

定义 3[3]　设 2 个序列 s_i、s_j,周期为 L,若

$$s'=I(s_i,s_j)=(s_{i,0}\ s_{j,0}\ s_{i,1}\ s_{j,1}\cdots\ s_{i,L-1}\ s_{j,L-1})\tag{3}$$

则称 s' 为交织序列, $I(\cdot)$ 为交织操作.

引理 1[3]　设 s_i、s_j、$s_{i'}$、$s_{j'}$ 分别是周期为 L 的序列,任意一对交织序列 $I(s_i,s_j)$ 和 $I(s_{i'},s_{j'})$ 周期相关函数满足

$$R_{I(s_i,s_j),I(s_{i'},s_{j'})}(2\tau)=R_{s_i,s_{i'}}(\tau)+R_{s_j,s_{j'}}(\tau)\tag{4}$$

$$R_{I(s_i,s_j),I(s_{i'},s_{j'})}(2\tau+1)=R_{s_i,s_{j'}}(\tau)+R_{s_j,s_{i'}}(\tau+1)\tag{5}$$

2　新的相互正交二元 ZCZ 序列集

设 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 是阶数为 M 的二元 Hadamard 矩阵, $\boldsymbol{A}$ 可与 $\boldsymbol{B}$ 相同或不同. 将 Hadamard 矩阵的每一个行向量作为一个序列,则 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 各自所有的行向量组成的序列集称为 2 个 Hadamard 序列集,记为 $A'=\{a_r\}_{r=0}^{M-1}$, $B'=\{b_r\}_{r=0}^{M-1}$. 利用加权参数和交织递归的方法可以构造出大量不同的相互正交二元 ZCZ 序列集. 设 m 表示递归次数, $U=\{u_r^{(m)}\}_{r=0}^{2M-1}$, $V=\{v_r^{(m)}\}_{r=0}^{2M-1}$,参数矩阵 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{F}$ 分别为

$$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{e}_0\\ \boldsymbol{e}_1\\ \boldsymbol{e}_2\\ \boldsymbol{e}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}e_{00} & e_{01} & e_{02} & e_{03}\\ e_{10} & e_{11} & e_{12} & e_{13}\\ e_{20} & e_{21} & e_{22} & e_{23}\\ e_{30} & e_{31} & e_{32} & e_{33}\end{bmatrix},\boldsymbol{F}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{f}_0\\ \boldsymbol{f}_1\\ \boldsymbol{f}_2\\ \boldsymbol{f}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f_{00} & f_{01}\\ f_{10} & f_{11}\\ f_{20} & f_{21}\\ f_{30} & f_{31}\end{bmatrix}$$

其中: $\boldsymbol{E}$ 为二元正交矩阵, $e_{i,j}\in\{1,-1\}$, $0\leqslant i,j\leqslant 3$; $\boldsymbol{F}$ 为二元矩阵, $f_{p,q}\in\{1,-1\}$, $0\leqslant p\leqslant 3$, $0\leqslant q\leqslant 1$.

构造步骤如下.

步骤 1　当 $0\leqslant r\leqslant M-1$, $m=0$ 时

$$\left.\begin{aligned}&\left.\begin{aligned}u_{2r}^{(0)}&=I((e_{00}a_r,e_{01}a_r),(e_{02}b_r,e_{03}b_r))\\ u_{2r+1}^{(0)}&=I((e_{10}a_r,e_{11}a_r),(e_{12}b_r,e_{13}b_r))\end{aligned}\right\}\\ &\left.\begin{aligned}v_{2r}^{(0)}&=I((e_{20}a_r,e_{21}a_r),(e_{22}b_r,e_{23}b_r))\\ v_{2r+1}^{(0)}&=I((e_{30}a_r,e_{31}a_r),(e_{32}b_r,e_{33}b_r))\end{aligned}\right\}\end{aligned}\right\}\tag{6}$$

其中 i、$j\in\{0,1\}$ 或 $\{2,3\}$

$$\left.\begin{aligned}e_{i2}e_{j0}+e_{i3}e_{j1}=0,\ e_{i0}e_{j2}+e_{i1}e_{j2}=0\\ e_{i2}e_{j1}+e_{i3}e_{j0}=0,\ e_{i1}e_{j2}+e_{i0}e_{j3}=0\end{aligned}\right\}\tag{7}$$

步骤 2　当 $0\leqslant r\leqslant M-1$, $m>0$ 时

$$\left.\begin{aligned}&\left.\begin{aligned}u_{2r}^{(m)}&=I(f_{00}u_{2r}^{(m-1)},\ f_{01}u_{2r+1}^{(m-1)})\\ u_{2r+1}^{(m)}&=I(f_{10}u_{2r}^{(m-1)},\ f_{11}u_{2r+1}^{(m-1)})\end{aligned}\right\}\\ &\left.\begin{aligned}v_{2r}^{(m)}&=I(f_{20}v_{2r}^{(m-1)},\ f_{21}v_{2r+1}^{(m-1)})\\ v_{2r+1}^{(m)}&=I(f_{30}v_{2r}^{(m-1)},\ f_{31}v_{2r+1}^{(m-1)})\end{aligned}\right\}\end{aligned}\right\}\tag{8}$$

$\boldsymbol{f}_0\ \boldsymbol{f}_1^{\mathrm{T}}=0$, $\boldsymbol{f}_2\ \boldsymbol{f}_3^{\mathrm{T}}=0$.

定理 1　由上述步骤构造所得的 2 个序列集 U 和 V 是满足参数为 $(2^{m+2}M,2M,2^m)$ 的二元 ZCZ 序列集,且这 2 个序列集相互正交.

证明　略.

3 实例分析

实例 1 设 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 是 2 个不同的同阶 Hadamard 矩阵,参数矩阵 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{F}$ 有多种取法,设

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}+&+\\+&-\end{bmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}-&-\\+&-\end{bmatrix},M=2,m=1,$$

$$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix}+&+&+&-\\+&+&-&+\\-&+&+&+\\+&-&+&+\end{bmatrix},\boldsymbol{F}=\begin{bmatrix}+&+\\+&-\\+&+\\+&-\end{bmatrix}$$

其中:“ + ”表示 1;“ − ”表示 −1.

构造结果如下:

$$\left.\begin{array}{l}u_0^{(1)}=(++-+++-++++-+++-)\\u_1^{(1)}=(+---+---+-+++-++)\\u_2^{(1)}=(+++----+++-+--+-)\\u_3^{(1)}=(+-++-+--+----+++)\end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l}v_0^{(1)}=(-+---+--+---+---)\\v_1^{(1)}=(---+---+++-+++-+)\\v_2^{(1)}=(-++++---+-++-+--)\\v_3^{(1)}=(--+-++-++++----+)\end{array}\right\}$$

通过验证可知序列集 $U=\{u_r\}_{r=0}^{3}$ 和 $V=\{v_r\}_{r=0}^{3}$ 是满足参数为(16,4,2)的相互正交的二元 ZCZ 序列集.

实例 2 设 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 是相同的 Hadamard 矩阵,设

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}+&+&+&+\\+&+&-&-\\+&-&+&-\\+&-&-&+\end{bmatrix},\ \boldsymbol{E}=\begin{bmatrix}+&+&+&-\\-&-&+&-\\-&+&+&+\\+&-&+&+\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{F}=\begin{bmatrix}+&+\\+&-\\-&+\\-&-\end{bmatrix},\ M=2,m=1$$

由于篇幅限制,构造结果 $U=\{u_r\}_{r=0}^{7}$ 和 $V=\{v_r\}_{r=0}^{7}$ 不能一一列出.

通过验证可知,序列集 U 和 V 是满足参数为(32,8,2)的相互正交的二元 ZCZ 序列集. 此外,满足条件的参数矩阵 $\boldsymbol{E}$ 还可以取

$$\begin{bmatrix}-&-&-&+\\-&-&+&-\\+&-&-&-\\-&+&-&-\end{bmatrix},\begin{bmatrix}+&+&+&-\\+&+&-&+\\+&-&-&-\\-&+&-&-\end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix}+&+&+&-\\-&-&+&-\\+&-&-&-\\+&-&+&+\end{bmatrix}$$

参数矩阵 $\boldsymbol{F}$ 还可以取

$$\begin{bmatrix}+&+\\+&-\\+&-\\-&-\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-&-\\+&-\\-&+\\-&-\end{bmatrix},\begin{bmatrix}+&+\\+&-\\-&+\\+&+\end{bmatrix}$$

均能产生相互正交的二元 ZCZ 序列集.

可见,在所提出的构造中参数矩阵取值具有多样性,能方便地构造出大量满足相互正交的二元 ZCZ 序列集,且初始 Hadamard 矩阵可以相同或不同.

4 相互正交二元 ZCZ 序列集的比较

设二元 ZCZ 序列集的参数(L, N, Z)和二元 ZCZ 序列集的理论界[4]如下:

1)当 $Z=1$ 时, $Z\leqslant L/N-1$;

2)当 $Z>1$ 时, $Z\leqslant L/2N$.

可见,所构造的相互正交二元 ZCZ 序列集($2^{m+2}M$,$2M$,2^m)可达到二元 ZCZ 序列集的理论界.

下面将几类文献中所构造的相互正交 ZCZ 序列集和用新方法构造的相互正交二元 ZCZ 序列集的参数进行分析比较,结果如表 1 所示.

表 1 相互正交 ZCZ 序列集的构造参数比较

构造方法	构造基础	序列集参数	集合内序列数	是否达到二元 ZCZ 理论界
文献[7]方法	相互正交互补集	$(4^m M_0 L_0, 2^m M_0, 2^{m-1} L_0)$	$2^m M_0$	是
文献[8]方法	最佳序列和正交矩阵	$(L_1 M_1, M_1, L_1-2)$	M_1	是
文献[9]方法	DFT 矩阵	$(M_1 M_\mathrm{d}, \lfloor M_\mathrm{d}/M_1 \rfloor, M_1-1)$	$\lfloor M_\mathrm{d}/M_1 \rfloor$	否
文献[10]方法 1	DFT 矩阵	$(2^m M_\mathrm{d}, M', 2^{m-1})$	M'	是
文献[10]方法 2	DFT 矩阵	$(M_1 M_\mathrm{d}, M_\mathrm{d}, M_1-1)$	M_d	是
本文方法	Hadamard 矩阵	$(2^{m+2}M, 2M, 2^m)$	$2M$	是

表 1 中 m 表示递归次数，M_0 和 L_0 分别表示相互正交互补集的序列数目和序列长度. L_1 表示最佳序列长度，M_1 表示正交矩阵阶数. M_d 表示 DFT 矩阵阶数，且 M_d 为偶数时，$M'=M_d$；M_d 为奇数时，$M'=M_d-1$. $\lfloor\cdot\rfloor$表示取整数.

文献[8－10]中的构造方法主要在相互正交多相 ZCZ 序列集构造方面具有较大优势，在二元情况时：文献[8]中，M_1 分别为 2 和 4，且 $L_1=4$ 时，可得达到理论界的相互正交二元 ZCZ 序列集，其集合内序列数目分别为 2 和 4；文献[9]中，$M_1=2$，$M_d=2$ 时能获得相互正交二元 ZCZ 序列集，但没有达到理论界，其集合内序列数目为 1，即为 2 个相互正交的二元序列；文献[10]中，$M_1=2$，$M_d=2$，$M'=M_d=2$ 时能获得两类达到理论界的相互正交二元 ZCZ 序列集，其集合内序列数目均为 2.

文献[7]中构造的是相互正交二元 ZCZ 序列集，集合内的序列数量可通过递归次数的增加而增加，而 M_0 受到存在范围的限制. 笔者构造的相互正交二元 ZCZ 序列集中的序列数量则依赖于 Hadamard 矩阵，受到其阶数 M 的限制. 较之文献[8-10]的二元构造结果，文献[7]和本文方法可以获得更多的序列数量，同时通过所提出的新方法，能获得更多达到理论界的新序列集.

5　结束语

基于任意相同阶的 Hadamard 矩阵，交织递归构造了一类新的相互正交二元 ZCZ 序列集，不同类型的 Hadamard 矩阵能构造出不同的 ZCZ 序列集. 通过对表 1 的分析，与文献[7-10]的构造结果相比，本文方法能获得新的构造结果，且能满足二元 ZCZ 序列集的理论界. 由于参数矩阵的取值具有多样性，通过选择不同的参数矩阵能构造出大量的相互正交二元 ZCZ 序列集，集合内序列的数量为 Hadamard 矩阵阶数的 2 倍. 因此，本文方法的构造结果能为准同步 CDMA 系统提供更多的用户地址，支持容纳更多的用户.

参考文献：

[1] Fan Pingzhi. Spreading sequence design and theoretical limits for quasisynchronous CDMA systems[J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2004, 2004(1): 19-31.

[2] Deng Xinmin, Fan Pingzhi. Spread sequence sets with zero correlation zone[J]. Electron Lett, 2000, 36(11): 993-994.

[3] Hayashi T. A generalization of binary zero-correlation zone sequence sets constructed from hadamard matrices [J]. IEICE Trans Fundamentals, 2004, E87-A(1): 286-291.

[4] Torii H, Nakamura M, Suehiro N. A new class of zero-correlation zone sequences[J]. IEEE Trans Inf Theory, 2004, 50(3): 559-565.

[5] Hu Honggang, Gong Guang. New sequence families with zero or low correlation zone via interleaving techniques [J]. IEEE Trans Inf Theory, 2010, 56(4): 1702-1713.

[6] Tang Xiaohu, Fan Pingzhi, Matsufuji S. Lower bounds on the maximum correlation of sequence set with low or zero correlation zone[J]. Electron Lett, 2000, 36(6): 551-552.

[7] Rathinakumar A, Chaturvedi A K. Mutually orthogonal sets of ZCZ sequences[J]. Electron Lett, 2004, 40(18): 1133-1134.

[8] 曾祥勇，程池，胡磊，等. 一类相互正交的零相关区序列集的构造[J]. 电子与信息学报，2006，28(12)：2347-2350.
Zeng Xiangyong, Cheng Chi, Hu Lei, et al . Construction of mutually orthogonal sets of zero correlation zone sequences[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2006, 28(12): 2347-2350.

[9] Zeng Fanxin. New perfect polyphase sequences and mutually orthogonal ZCZ polyphase sequence sets[J]. IEICE Trans Fundamentals, 2009, E92-A(7): 1731-1736.

[10] Li Yubo, Xu Chengqian, Liu Kai. Construction of mutually orthogonal zero correlation zone polyphase sequence sets[J]. IEICE Trans Fundamentals, 2011, E94-A(4): 1159-1164.

[11] Zhang Zhenyu, Zeng Fanxin, Xuan Guixin. A class of complementary sequences with multi-width zero cross-correlation zone[J]. IEICE Trans Fundamentals, 2010, E93-A(8): 1508-1517.